

UPC
UNIVERSIDAD PERUANA DE CIENCIAS APLICADAS

**CUADERNO
AUTOINSTRUCTIVO DE
DEFINICIÓN
DE NIVELES
FISICA**

INDICE

I. **MAGNITUDES FISICAS**

1.1. LA CIENCIA Y LA FISICA

1.2. MAGNITUDES FISICAS

1.2.1. Cantidad o Magnitud Física

1.2.2. Medición

1.2.3. Magnitud

1.2.4. Magnitudes Fundamentales

1.2.5. Sistema Internacional de Unidades

1.2.6. Conversión de Unidades

1.3. DIMENSION DE UNA CANTIDAD FISICA

1.3.1. ANALISIS DIMENSIONAL

1.3.2. PRINCIPIO DE HOMOGENEIDAD

1.4. PROBLEMAS

II. **VECTORES**

2.1. CANTIDADES VECTORIALES Y ESCALARES

2.2. SUMA DE VECTORES MEDIANTE METODOS GRAFICOS

2.3. FUERZA Y VECTORES

2.4. PROPIEDADES DE LOS VECTORES

2.5. PROBLEMAS

III. **MOVIMIENTO**

3.1. ELEMENTOS DEL MOVIMIENTO

3.2. MOVIMIENTO EN UNA DIMENSION

3.2.1. Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU)

3.2.2. Propiedades del Movimiento Rectilíneo Uniforme

3.3. ANALISIS DE GRAFICAS DEL MOVIMIENTO RECTILINEO UNIFORME

3.3.1. Gráfica Posición (x) – Tiempo (t)

3.3.2. Gráfica Velocidad – Tiempo

3.4. PROBLEMAS

3.5. MOVIMIENTO RECTILINEO UNIFORME VARIADO (MRUV)

3.5.1. Propiedades del Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado

3.6. PROBLEMAS

3.7. MOVIMIENTO DE CAIDA LIBRE

3.7.1. Ecuaciones de Caída Libre

3.8. PROBLEMAS

3.9. MOVIMIENTO EN DOS DIMENSIONES O EN UN PLANO

3.9.1. Movimiento de Proyectiles

3.10. MOVIMIENTO CIRCULAR

3.10.1. Expresiones del Movimiento Circular Uniforme

3.10.2. Aceleración Centrípetra

INDICE

IV. **LEYES DE MOVIMIENTO**

- 4.1. PRIMERA LEY DEL MOVIMIENTO DE NEWTON : LEY DE LA INERCIA
- 4.2. SEGUNDA LEY DE MOVIMIENTO DE NEWTON. CAUSA Y EFECTO
- 4.3. DIFERENCIA ENTRE MASA Y PESO
- 4.4. TERCERA LEY DEL MOVIMIENTO DE NEWTON: ACCION Y REACCION
- 4.5. FUERZA DE ROZAMIENTO
- 4.6. PROBLEMAS

V. **TRABAJO**

- 5.1. UNIDADES DE TRABAJO
- 5.2. TRABAJO MOTOR Y TRABAJO RESISTENTE
- 5.3. POTENCIA
 - EJEMPLOS
- 5.4. ENERGIA MECANICA
- 5.5. ENERGIA CINETICA
- 5.6. ENERGIA POTENCIAL
 - EJEMPLOS
- 5.7. ENERGIA MECANICA TOTAL
- 5.8. CONSERVACION DE LA ENERGIA MECANICA
- 5.9. PRINCIPIO DE CONSERVACION DE LA ENERGIA:
- 5.10. TEOREMA TRABAJO-ENERGIA CINETICA
- 5.11. PROBLEMAS
 - PROBLEMAS RESUELTOS

I. MAGNITUDES FISICAS

1.1. LA CIENCIA Y LA FISICA

La alegría de ingresar a una Universidad le permite a uno, realizar una serie de actividades, se siente triunfador, comunica este acontecimiento a todas las personas de su entorno, hasta se siente dueño del mundo. De pronto retorna a la realidad, pues empieza mañana sus clases en la Universidad, reflexiona y observa el mundo exterior, como consecuencia de ello, llega a la conclusión de que se encuentra en el “espacio exterior” rodeado de cerros, árboles, edificios, aves, ríos y automóviles en movimiento; observa en la noche la luna brillante en movimiento fuera de todo control humano, y así como tampoco se puede controlar el movimiento de la tierra. Sin embargo se entera que después de mucho el hombre ha podido comprender las reglas que rigen estos movimientos.

El estudio de las reglas que rigen el comportamiento de los fenómenos naturales es lo que constituye la Ciencia; estas reglas cuyo número es sorprendentemente pequeño explican por qué la tierra es redonda, por qué el mar y el cielo son azules, etc. Entonces conocer el funcionamiento de las leyes de la naturaleza es fascinante y de suma importancia, porque nos permite aplicarlas a nuestras necesidades.

La ciencia es una forma de pensar y también un cúmulo de conocimientos, es decir: La ciencia es una forma de conocer. Y ¿la Física? La física estudia cosas tan básicas como: El movimiento, las fuerzas, la energía, el calor, el sonido, la luz, los átomos, etc.

1.2. MAGNITUDES FISICAS

En la naturaleza se presentan una serie de fenómenos, cuya descripción conduce a establecer varias hipótesis, las cuales se ponen a prueba una y otra vez y si no hay contradicciones se puede llegar a establecer una LEY O PRINCIPIO.

Cuando uno se encuentra en un taller o una planta industrial, nace la necesidad de hacer mediciones de algún tipo, como la temperatura del ambiente, la presión del sistema de refrigeración, el voltaje a que trabajan las maquinarias, etc. El desarrollo de la ingeniería de la construcción , de la hidráulica y la ingeniería estructural involucran la longitud, el área , el volumen y la masa.

En la exploración de la naturaleza se ha encontrado que la longitud, el tiempo y la masa desempeñan un papel fundamental en la medición.

1.2.1. Cantidad o Magnitud Física

Es una característica de un fenómeno o de un objeto susceptible a ser medido, al cual se le asocia un **número**, que se obtiene por medio de la operación llamada **medición**.

El volumen de un objeto, la altura de una edificación, la temperatura del medio ambiente, el periodo de rotación de la tierra, etc. , son ejemplos de cantidad física.

1.2.2. Medición

Es una técnica que se utiliza para determinar el número asociado a la cantidad física por comparación con un patrón conocido que se adopta como UNIDAD.

Por ejemplo, cuando se desea conocer la longitud de una barra metálica. Con un instrumento apropiado se determina que es 12m, para obtener ésto, se hizo una comparación con la longitud de un patrón conocido como "metro".

1.2.3. Magnitud

La magnitud de una cantidad física está dada por un número y una unidad de medición.

Ejemplo: Si M es una cantidad física su magnitud puede ser M: 20°C, 60Kg, 30s. Los Números asociados son: 20, 60 y 30 y las unidades: °C: grado centígrado, Kg.: 1 kilogramo y s: 1 segundo.

1.2.4. Magnitudes Fundamentales

La experiencia demuestra que hay tres modos básicos de describir cualquier cantidad física que son: El espacio que ocupa, la materia que contiene y el tiempo que persiste. Todas las descripciones de la materia , relaciones y eventos son combinaciones de éstas. Todas las medidas se reducen a la medición de la longitud, la masa y el tiempo. De ahí, que:

Las magnitudes fundamentales son aquellas que no se definen en términos de otras, son independientes entre sí. La **longitud**, el **tiempo** y la **masa** son magnitudes fundamentales, suficientes y necesarias para el estudio de la mecánica.

MAGNITUDES FUNDAMENTALES	DIMENSION
LONGITUD	L
MASA	M
TIEMPO	T

La medida de toda magnitud física exige compararla con cierto valor unitario de la misma. Así para medir la distancia entre dos puntos, se compara con una unidad estándar de distancia, tal como el metro. Todas las magnitudes físicas pueden expresarse en función de un pequeño número de unidades fundamentales.

1.2.5. Sistema Internacional de Unidades

El sistema internacional de unidades (SI), es esencialmente el mismo que se conoce como **sistema métrico**. El comité internacional de pesas y medidas ha establecido siete cantidades fundamentales y ha asignado unidades básicas oficiales para cada cantidad.

Su estructura está conformada por unidades básicas y unidades suplementarias.

UNIDADES BASICAS

CANTIDAD	UNIDAD	SÍMBOLO
Longitud	Metro	M
Masa	Kilogramo	Kg.
Tiempo	Segundo	S
Corriente eléctrica	Ampere	A
Temperatura	Kelvin	K
Intensidad luminosa	Candela	Cd
Cantidad de sustancia	Mole	Mol

UNIDADES SUPLEMENTARIAS

Angulo plano	Radián	Rad
Angulo sólido	Estereoradián	Sr

UNIDADES DERIVADAS DE CANTIDADES FISICAS COMUNES

Cantidad	Unidades derivadas	Símbolo
Area	metro cuadrado	m ²
Volumen	metro cúbico	m ³
Frecuencia	hertz	Hz
Densidad de masa	kilogramo por metro cúbico	Kg/m ³
Rapidez, velocidad	metro por segundo	m/s
Velocidad angular	radian por segundo	Rad/s
Aceleración	metro por segundo cuadrado	m/s ²
Aceleración angular	radian por segundo cuadrado	Rad/s ²
Fuerza	newton	N kg*m/s ²
Presión	pascal	Pa N/m ²
Viscosidad cinemática	metro cuadrado por segundo	m ² /s

Cantidad	Unidades derivadas	Símbolo
Viscosidad dinámica	newton segundo por metro	$\text{N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$
Trabajo, energía, cantidad de calor	cuadrado	$\text{J N}\cdot\text{m}$
Potencia	joule	W J/s
Carga eléctrica o cantidad de carga eléctrica	watt	C
Diferencia de potencial	coulomb	V J/C
Fuerza electromotriz	volt	V/m
Intensidad de campo eléctrico	volt por metro	V/A
Resistencia eléctrica	ohm	F C/V
Capacitancia	farad	$\text{Wb V}\cdot\text{s}$
Flujo magnético	weber	$\text{H V}\cdot\text{s/A}$
Inductancia	henry	T Wb/m^2
Densidad de flujo magnético	tesla	A/m
Intensidad de campo magnético	ampere por metro	A
Fuerza magnetomotriz	ampere	$\text{lm cd}\cdot\text{sr}$
Flujo luminoso	lumen	cd/m^2
Luminiscencia	candela por metro cuadrado	lx lm/m^2
Intensidad luminosa	lux	m^{-1}
Numero de onda	l por metro	J/K
Entropía	joule por kelvin	$\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$
Capacidad calorífica específica	joule por kilogramo-kelvin	$\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$
Conductividad térmica	watt por metro kelvin	W/sr
Actividad (de una fuente radiactiva)	watt por esterradián	S^{-1}
	1 por segundo	

1.2.6.Conversión de Unidades

Debido a que se requieren muchas unidades en una diversidad de trabajos, con frecuencia es necesario convertir una medición de una a otra unidad. Por ejemplo: El diámetro de una varilla de construcción 1/2 pulgada se necesita pasar a mm. Se usa 1 pulgada = 25,4mm. Entonces la conversión será: 0,5 pulg.(25.4mm/1pulg) = 12,52mm

Ejemplos:

Convertir 30m a pies . Entonces: $1\text{m} = 3,281\text{ pies}$

$30\text{m} (3,281\text{ pies}/1\text{m}) = 114.3\text{ pies}$

La velocidad de 60mi/h a pies/s

Entonces: $1\text{mi}=5280\text{pies}$, $1\text{hora} = 3600\text{ s}$

$60\text{mi}/\text{h} = 60(5280\text{ pies}/1\text{mi}) 1\text{h}/3600\text{s} = 88\text{ pies}/\text{s}$

1.3. DIMENSION DE UNA CANTIDAD FISICA

La dimensión de una cantidad física es la combinación algebraica de [L], [T] Y [M], a partir de las cuales se forma la cantidad física.

Una velocidad es una longitud por unidad de tiempo. Por lo tanto la dimensión de la velocidad es : $[V] = [L/T]$

La dimensión de la FUERZA es : $[F] = [MLT^{-2}]$

No se debe **confundir la dimensión** de una cantidad física **con las unidades** en las cuales se mide.

Una velocidad se puede representar en unidades de metros por segundo, millas por hora, kilómetros por hora, todas estas elecciones son consistentes con la dimensión $[L/T]$.

Cualquier cantidad física tiene dimensiones que son combinaciones algebraicas de las dimensiones fundamentales $[L^q T^r M^s]$, q, r y s indican el orden o exponente de la dimensión los cuales pueden ser positivos, negativos, enteros o fraccionarios.

1.3.1. ANALISIS DIMENSIONAL

El estudio de las dimensiones de la ecuación se llama **análisis dimensional**. **Cualquier** ecuación que relacione cantidades físicas debe tener dimensiones

consistentes, es decir: las dimensiones de un lado de la ecuación deben ser las mismas que las del otro lado. Por ejemplo para la ecuación:

$$2gh = v^2$$

Dimensión:

$$[LT^{-2}][L] = [L/T]^2$$

$$[L^2T^{-2}] = [L^2T^{-2}]$$

1.3.2. PRINCIPIO DE HOMOGENEIDAD

Si las dimensiones en ambos lados de una ecuación física son las mismas, se dice que la ecuación física es dimensionalmente homogénea.

Si una ecuación física consiste de una suma algebraica de varios términos, la dimensión de todos y cada uno de los términos debe ser la misma.

1.4. PROBLEMAS

PROBLEMAS RESUELTOS

1. Hallar la ecuación dimensional del volumen de un cuerpo esférico.

Solución: El volumen es: $V = 4/3\pi r^3$ entonces:

$$[V] = [4/3][\pi][r^3]$$

$$[V] = L^3$$

2. Hallar la dimensión de la energía cinética.

Solución:

$$E.C = \frac{1}{2} m v^2$$

$$[E.C] = [\frac{1}{2}][m][v^2]$$

$$[E.C] = M [L^2/T^2]$$

3. Uno de los resultados más famosos que obtuvo A. Einstein está dado por la ecuación:

$E = mc^2$, en la que E es el contenido de energía de la masa m y c la velocidad de la luz.

¿Cuáles son las dimensiones de E?

Solución: $E = mc^2$, entonces $[E] = [m][c^2] = M [L/T]^2 = ML^2T^{-2}$

4. En la ecuación: $D = Am + BE + CX$

D: Es la densidad, E: Es área, m: Masa, X: distancia

Hallar la dimensión de A, B y C

Solución. Por el principio de la homogeneidad, cada término de la ecuación debe tener la misma dimensión que del primer miembro. Entonces:

$$[D] = [Am] = [BE] = [CX]$$

$$[D] = [M/L^3] = [A][M]. [A] = [ML^{-3}]/[M]. [A] = [L^{-3}] = L^{-3}$$

Análogamente:

$$[D] = [BE] = [B][E] \dots [ML^{-3}] = [L^2][B] \dots [B] = ML^{-5}$$

$$[C] = ML^{-4}$$

5. Halle la dimensión de K, dada la ecuación:

$$K = mV^2/F$$

Donde : m es la masa, V: la velocidad, F: la fuerza.

Solución:

$$[K] = [m][V^2]/[F] \dots [K] = [M][L/T]^2/[ML/T^2] = L$$

6. Hallar la dimensión de R, si $PR = AB\sin 60^\circ$.

Donde : P: Peso, A: Aceleración y B: Volumen.

Solución:

$$[PR] = [P][R] = [A][B][\sin 60^\circ]$$

$$[ML/T^2][R] = [L/T^2][L^3] \dots [R] = M^1L^3.$$

7. La velocidad v que adquiere una embarcación marina es una función de la potencia P del motor de la fuerza de resistencia que ejerce el agua y está dado por:

$$V = P^r F^s$$

Hallar r y s

Solución. Usando el principio de homogeneidad:

$$[V] = [P]^r [F]^s \Rightarrow [L/T] = [ML^2/T^3]^r [ML/T^2]^s.$$

Igualando exponentes de las dimensiones correspondientes.

Se obtiene : $r = 1$, $s = -1$

8. Es dimensionalmente correcta la relación:

$$X = \frac{1}{3} v + 8at$$

Donde x es la distancia, v : velocidad y t el tiempo y a : aceleración.

Solución:

Debe cumplirse: $[x] = [\frac{1}{3}v] = [8at]$.

$$[L] = [\frac{1}{3}][L/T] = [L/T]: \text{ No se cumple.}$$

Es incorrecta.

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Hallar la dimensión de la aceleración de la gravedad.

2. Hallar la dimensión de F , si $F = mv^2/r$, donde m : masa, v : velocidad y r : distancia.

3. Hallar la dimensión de Y , si $FY = CD \tan 45^\circ$, donde:

F : Es fuerza, C : Trabajo, D : Densidad

II. VECTORES

En muchas aplicaciones de la física es necesario indicar la dirección así como la magnitud de una cantidad. La dirección en la que se mueve una banda transportadora es a menudo tan importante como la rapidez con la que lo hace. El efecto de un jalón de 20 N haciendo un ángulo con el piso es diferente del correspondiente a un jalón también de 20 N pero paralelo al piso. Las cantidades físicas como *desplazamiento*, *velocidad* y *fuerza* con frecuencia se encuentran en la industria. Aquí se introduce el concepto de vectores como un método relativo al empleo de diagramas y matemáticas para predecir los efectos de la dirección. La trigonometría es optativa.

2.1. CANTIDADES VECTORIALES Y ESCALARES

Algunas cantidades físicas pueden describirse por completo mediante un número y una unidad. Sólo las magnitudes físicas son de interés al hablar de un área de 12 cm², un volumen de 15 m³ o una distancia de 15 km. Estas cantidades se denominan *escalares*.

*Una cantidad **escalar** se especifica completamente por medio de su magnitud, esto es, un número y una unidad. La rapidez (20 mi/h), La distancia (30 km) y el volumen (200 cm³) son ejemplos de ella.*

Las cantidades escalares que se miden en las mismas unidades pueden sumarse o restarse de la manera usual. Así.

$$24 \text{ mm} + 30 \text{ mm} = 54 \text{ mm}$$

$$20 \text{ pies}^2 - 14 \text{ pies}^2 = 6 \text{ pies}^2$$

Algunas cantidades físicas, como la fuerza y la velocidad, tienen dirección, así como magnitud. En esos casos, reciben el nombre de cantidades *vectoriales*. La dirección debe ser una parte de los cálculos relacionados con dichas cantidades.

Una cantidad **vectorial** se especifica completamente mediante una magnitud y una dirección; consta de un número, una unidad y una dirección. Son ejemplos, el desplazamiento (29 m, norte) y la velocidad (41 mi/h, 30° al noroeste).

La dirección de un vector puede establecerse haciendo referencia a las direcciones convencionales norte, este, oeste y sur. Considere, por ejemplo, los vectores 20 m, oeste, y 40 m, a 30° NE, como se muestra en la Figura 2.1. La expresión NE, noreste, indica que el ángulo se forma girando una línea en la dirección norte a partir de la dirección este.

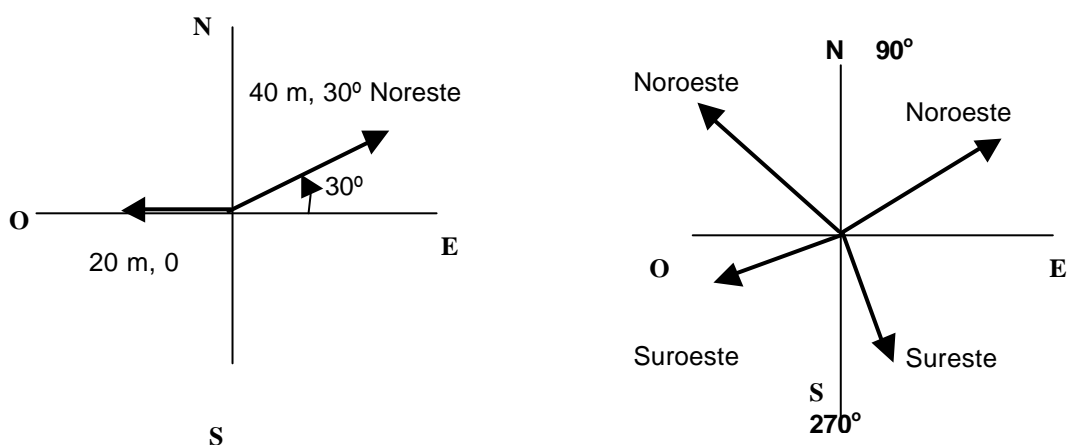


Fig. 2.1 Indicación de la dirección de un vector con referencia al norte (N), al sur (S), al este (E) y al oeste (O).

Otro método para especificar la dirección, que será particularmente útil más adelante, es tomar como referencia las líneas perpendiculares denominadas *ejes*. Estas líneas imaginarias suelen ser una horizontal y otra vertical, si bien pueden orientarse en cualquier otra dirección en tanto sigan siendo perpendiculares. Una línea horizontal imaginaria suele llamarse eje *x* y una línea vertical imaginaria denominarse eje *y*. (Véase la Fig. 2.2). Las direcciones se determinan por medio de ángulos que se miden en el sentido contrario de las manecillas del reloj desde el eje *x* positivo. En la figura se ilustran los vectores 40 m a 60° y 50 m a 210° .

Suponga que una persona viaja en automóvil de Lima a San Juan, el *desplazamiento* desde Lima puede representarse mediante un segmento de línea dibujado a escala desde Lima hasta San Juan (Véase la Fig. 2.3) Una punta de flecha se dibuja sobre

el extremo en San Juan para denotar la dirección. Conviene notar que el desplazamiento, representado por el vector \mathbf{D}_1 , es por completo independiente de la trayectoria real del medio de transporte.

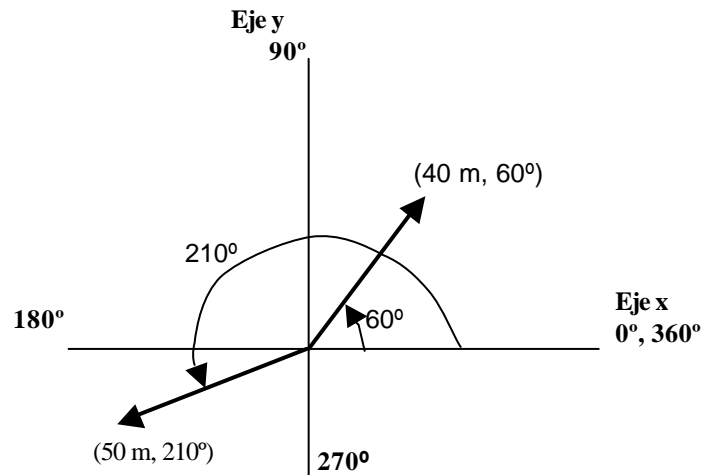


Fig. 2.2 Indicación de la dirección de un vector.

Otra diferencia importante es que el desplazamiento vectorial tiene una dirección constante de 140° (o 40° noroeste). Sin embargo, la dirección del automóvil en cualquier instante del viaje no es importante cuando estamos considerando la distancia escalar.

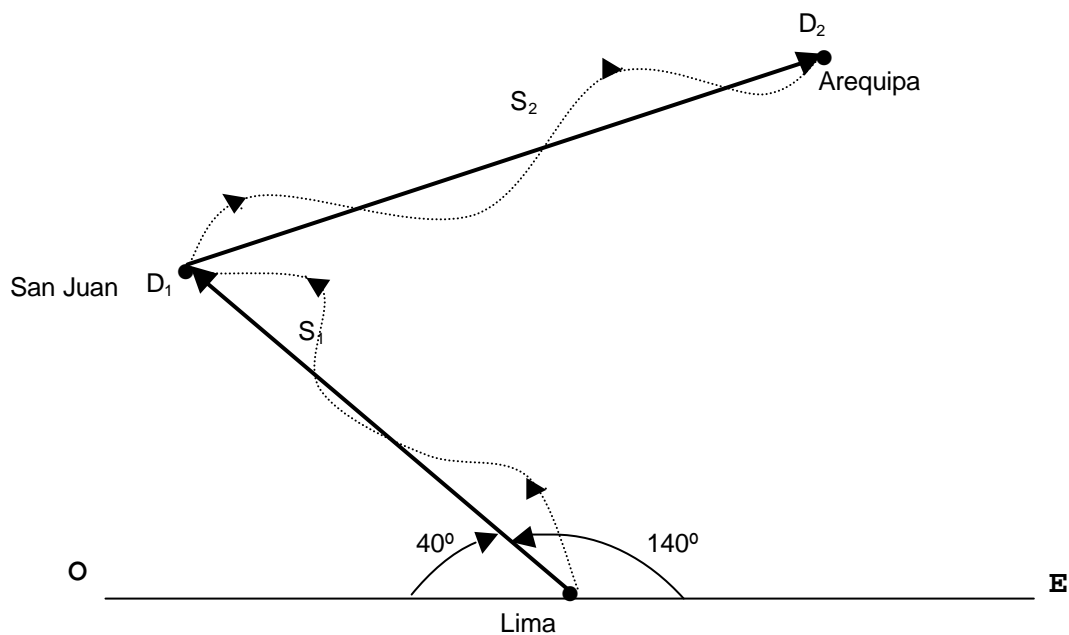


Fig. 2.3 El desplazamiento es una cantidad vectorial. Su dirección se indica mediante una flecha continua. La distancia es una cantidad escalar, indicada en la figura por medio de una línea punteada.

2.2. SUMA DE VECTORES MEDIANTE METODOS GRAFICOS

Hay dos métodos gráficos comunes para encontrar la suma geométrica de vectores. El *método del polígono* es el más útil, puesto que puede aplicarse rápidamente a más de dos vectores. El *método del paralelogramo* es útil para la suma de dos vectores a la vez. En cada caso, la magnitud de un vector se indica a escala mediante, la longitud de un segmento de recta. Dirección se denota por medio de una punta de flecha al final del segmento.

EJEMPLO 2 -1 Un barco recorre 100 mi en dirección norte, el primer día de un viaje; 60 mi al noreste, el segundo día; y 120 mi rumbo este, el tercer día. Encuentre el desplazamiento resultante mediante el método del polígono.

Solución Una escala adecuada puede ser 20 mi = 1 cm, como en la Fig. 2-4. Usando esta escala, se tiene:

$$100\text{mi} = 100\text{mi} \times \frac{1\text{cm}}{20\text{mi}} = 5\text{cm}$$

$$60\text{mi} = 60\text{mi} \times \frac{1\text{cm}}{20\text{mi}} = 3\text{cm}$$

$$120\text{mi} = 120\text{mi} \times \frac{1\text{cm}}{20\text{mi}} = 6\text{cm}$$

Al medir con una regla, se tiene del diagrama a escala que la flecha de la resultante tiene una longitud de 10.8 cm. Por tanto, la magnitud es:

$$10.8\text{cm} = 10.8\text{cm} \times \frac{20\text{mi}}{1\text{cm}} = 216\text{mi}$$

La medición del ángulo θ con un transportador, muestra que la dirección es 41° . El desplazamiento resultante es, en consecuencia,

$$\mathbf{R} = (216 \text{ mi}, 41^\circ)$$

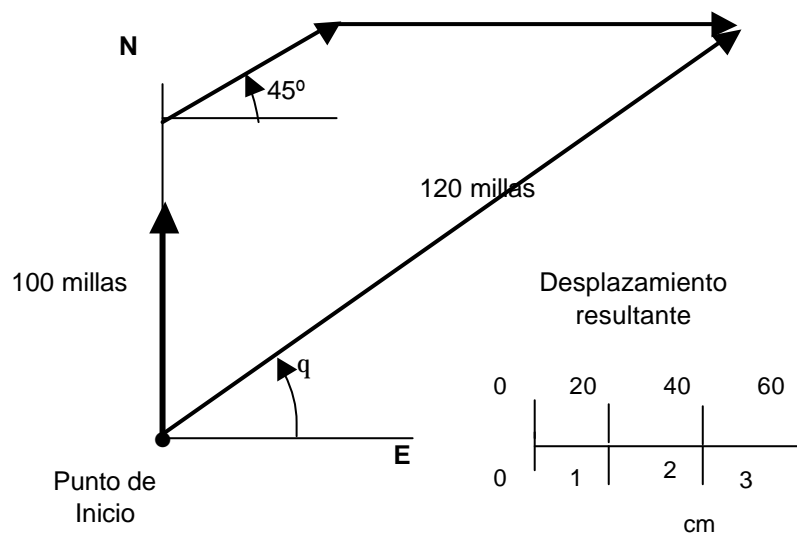


Fig. 2-4 Método del polígono para la suma vectorial.

Note que el orden en el que se suman los vectores no cambia la resultante de ningún modo, por lo que se puede empezar con cualquiera de las tres distancias recorridas por el barco.

El método del polígono puede resumirse como sigue:

Elija una escala y determine la longitud de las flechas que correspondan a cada vector.

Dibuje una flecha a escala que represente la magnitud y la dirección del primer vector.

Dibuje la flecha del segundo vector de modo que su cola coincida con la punta del primer vector.

Continúe el proceso de juntar cola con punta hasta que se haya representado la magnitud y dirección de todos los vectores.

Dibuje el vector resultante de modo que su cola se sitúe en el origen (punto de inicio) y su punta coincida con la punta del último vector.

Mida con una regla y un transportador para determinar la magnitud y dirección de la resultante.

Los métodos gráficos pueden emplearse para encontrar la resultante de todos los tipos de vectores. No se restringen a medir desplazamientos. En el siguiente ejemplo, se determina la resultante de dos *fuerzas* por medio del método del paralelogramo.

En el método del paralelogramo, que es útil para sumar sólo dos vectores a la vez, dichos vectores se dibujan a escala con sus colas en un origen común. (Véase la Fig. 2.5.) En ese caso, las dos flechas forman los lados adyacentes de un paralelogramo. Los otros dos lados se construyen dibujando líneas paralelas de igual longitud. La resultante se representa mediante la diagonal del paralelogramo comprendida entre las dos flechas vectoriales.

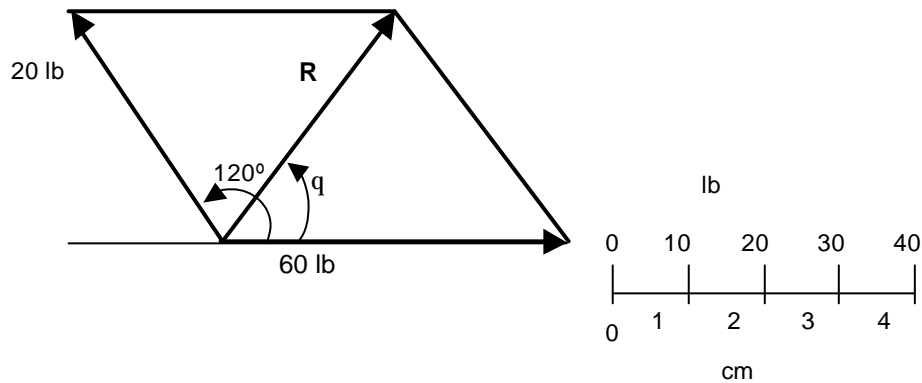


Fig. 2.5 Método del paralelogramo para la suma de vectores.

EJEMPLO 2-2 En un poste telefónico se enrolla una cuerda, formando un ángulo de 120° . Si se tira de un extremo con una fuerza de 60 N, y del otro con una fuerza de 20 N, ¿cuál es la fuerza resultante sobre el poste telefónico?

Solución Empleando la escala de $1 \text{ cm} = 10 \text{ N}$, encontramos:

$$60\text{N} \times \frac{1\text{cm}}{10\text{N}} = 6\text{cm}$$

$$20\text{N} \times \frac{1\text{cm}}{10\text{N}} = 2\text{cm}$$

En la Figura 2.5, se construye un paralelogramo dibujando las dos fuerzas a escala desde un origen común con 120° entre ellas. Completando el paralelogramo, es posible dibujar la resultante como una diagonal desde el origen. La medición de R y

q con una regla y un transportador produce los valores de 53lb para la magnitud y 19° para la dirección. En consecuencia,

$$R = (53 \text{ N}, 19^\circ)$$

2.3. FUERZA Y VECTORES

Un empuje o tirón que tiende a provocar movimiento, recibe el nombre de *fuerza*. Un resorte estirado ejerce fuerzas sobre los objetos a los cuales están unidos sus extremos, el aire comprimido ejerce fuerzas sobre las paredes del recipiente que lo contiene, y un tractor ejerce una fuerza sobre el camión que tira de él. Es probable que la fuerza más familiar sea la fuerza de atracción gravitacional ejercida sobre todo cuerpo por la Tierra, que se denomina *peso* del cuerpo. Existe una fuerza definida aun cuando no haya contacto entre la Tierra y los cuerpos que atrae. El peso como una cantidad vectorial está dirigida hacia el centro de la Tierra.

La unidad de fuerza del SI es el *newton* (**N**). Su relación con la *libra*, unidad del USCS, es:

$$1 \text{ N} = 0.225 \text{ lb} \quad 1 \text{ lb} = 4.45 \text{ N}$$

Una mujer de 120 lb tiene un peso de 534 N. Si el peso de una llave de tubería fuera 20 N, pesaría cerca de 4.5 lb en las unidades del USCS. Hasta que todas las industrias no hagan uso de las unidades del SI, la libra permanecerá utilizándose en Estados Unidos y seguirán empleándose con frecuencia las conversiones.

Dos de los efectos medibles de las fuerzas son 1) el cambio de las dimensiones o forma del cuerpo y 2) el cambio del movimiento del cuerpo. Si en el primer caso no hay desplazamiento resultante del cuerpo, el empuje o tirón que provoca el cambio en la forma se llama *fuerza estática*. Si una fuerza cambia el movimiento de un cuerpo, recibe el nombre de *fuerza dinámica*. Ambos tipos de fuerzas se representan convenientemente mediante vectores, como en el Ejemplo 2.2.

Si una fuerza se representa gráficamente, mediante su magnitud y un ángulo (R, q), pueden determinarse sus componentes a lo largo de las direcciones x y y . En la

Figura 2-6, se dibuja una fuerza \mathbf{F} que actúa en un ángulo q sobre la horizontal. El significado de las componentes x y y , F_x y F_y , puede verse en este diagrama. El segmento delineado desde O hasta la perpendicular trazada desde A hasta el eje x se llama la *componente x* de \mathbf{F} y se escribe F_x . El segmento trazado desde O hasta la línea perpendicular que va desde A hasta el eje y se denomina la *componente y* de \mathbf{F} y se denota F_y . Dibujando los vectores a escala, podemos determinar las magnitudes de las componentes gráficamente. Si estas dos componentes actuaran en conjunto, tendrían el mismo efecto que la fuerza original \mathbf{F} .

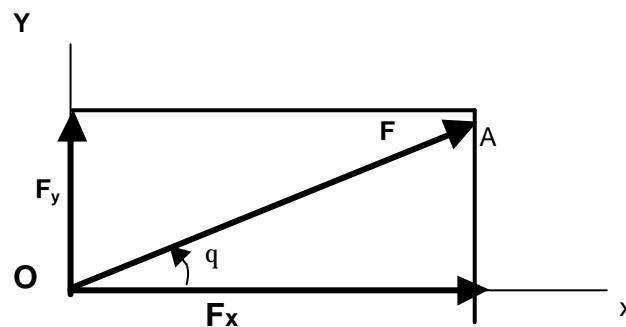


Fig. 2.6 Representación gráfica de las componentes x y y de \mathbf{F} .

FUERZA RESULTANTE

Cuando dos o más fuerzas actúan en el mismo punto sobre un objeto, se denominan *fuerzas concurrentes*. Su efecto combinado recibe el nombre de *fuerza resultante*.

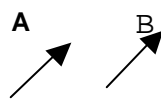
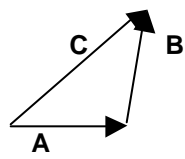
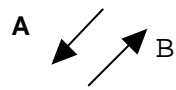
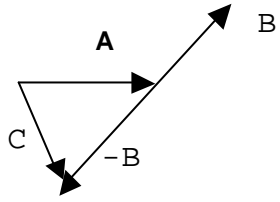
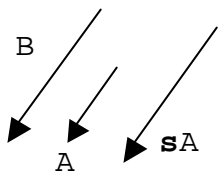
La fuerza resultante es aquella fuerza única que producirá el mismo efecto en magnitud y dirección que dos o más fuerzas concurrentes.

Las fuerzas resultantes pueden calcularse de manera gráfica representándose cada fuerza concurrente como un vector. El método del polígono o el del paralelogramo para la suma de vectores darán entonces la fuerza resultante.

Las fuerzas, a menudo, actúan en la misma línea, en conjunto u oponiéndose entre sí. Si las dos fuerzas actúan sobre un solo objeto en la misma dirección, la fuerza resultante es igual a la suma de las magnitudes de las fuerzas. La dirección de la resultante será igual a la suma de las magnitudes de las fuerzas. La dirección de la

resultante será igual a la de cualquiera de las fuerzas. Considere, por ejemplo, una fuerza de 15 N y otra de 20 N actuando en la misma dirección este. Su resultante es 35 N, al este.

2.4. PROPIEDADES DE LOS VECTORES

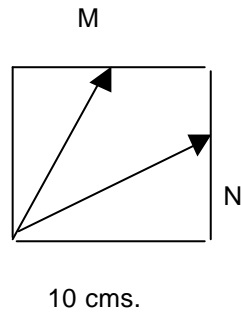
Propiedad	Explicación	Figura	Representación
Igualdad sentidos	$A=B$ si $\frac{1}{2}A=\frac{1}{2}B$ y Sus direcciones y Son iguales		$A_x = B_x$ $A_y = B_y$ $A_z = B_z$
Adición	$C = A + B$		$C_x = A_x + B_x$ $C_y = A_y + B_y$ $C_z = A_z + B_z$
Negativo de un Vector	$A = -B$ si $\frac{1}{2}B=\frac{1}{2}A$ y su sentido es opuesto		$A_x = -B_x$ $A_y = -B_y$ $A_z = -B_z$
Sustracción	$C = A - B$		$C_x = A_x - B_x$ $C_y = A_y - B_y$ $C_z = A_z - B_z$
Multiplicación por un escalar	$B = sA$ si $\frac{1}{2}B=s\frac{1}{2}A$ y la dirección y sentido de B son iguales que los de A		$B_x = sA_x$ $B_y = sA_y$ $B_z = sA_z$

2.5. PROBLEMAS

PROBLEMAS PROPUESTOS

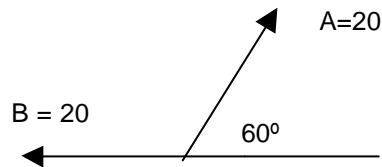
1. Si la figura es un cuadrado de 10 cm de lado, hallar el módulo o magnitud de la resultante, si M y N son puntos medios.

- a) 5 c
- b) 15 cm
- c) 12 cm
- d) $5\sqrt{2}$ cm (Solución)**
- e) $10\sqrt{2}$ cm



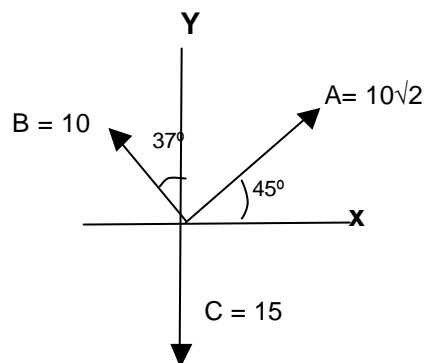
2. Determine el módulo o magnitud de la resultante de los vectores mostrados.

- a) 10
- b) 20
- c) $20\sqrt{3}$ (Solución)**
- d) $10\sqrt{2}$
- e) 5



3. Hallar el módulo de la resultante de los vectores mostrados.

- a) $5\sqrt{2}$
- b) $5\sqrt{3}$
- c) 5 (Solución)**
- d) $3\sqrt{3}$
- e) $10\sqrt{5}$



4. Si la figura es un hexágono regular de 10cm de lado, hallar el módulo de la resultante de los vectores que se muestran.

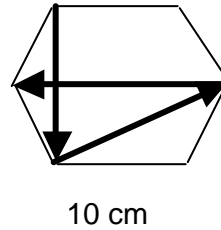
a) **10 cm (Solución)**

b) 15 cm

c) $10\sqrt{3}$ cm

d) $10\sqrt{2}$ cm

e) 20 cm.



5. Si la resultante de los vectores mostrados es un vector vertical, hallar C.

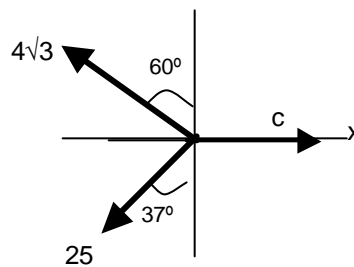
a) 25

b) 24

c) 19

d) 20

e) **21 (Solución)**



6. Hallar el módulo de la resultante de los vectores graficados.

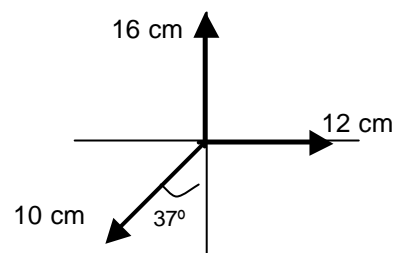
a) 8 cm

b) **10 cm (Solución)**

c) 20 cm

d) 1 cm

e) 15 cm



7. A partir de los vectores mostrados, determine:

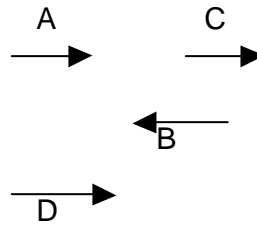
$$| \vec{A} - 2\vec{B} + 3\vec{C} - \vec{D} |$$

Datos: A = 20

C = 10

B = 30

D = 50



a) 20

b) 30

c) 40

d) 50

e) 60 (Solución)

8. ¿Cuál es el módulo de la resultante de los vectores mostrados?.

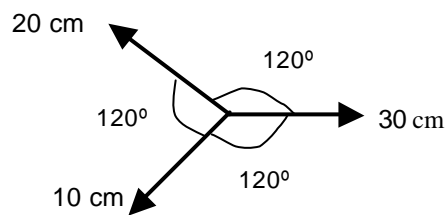
a) $5\sqrt{3}$ cm

b) 5 cm

c) $10\sqrt{3}$ cm (soluc)

d) 10 cm

e) 05 cm



III. MOVIMIENTO

Se Vive en un mundo donde a simple vista, se aprecia que todo está en movimiento un hombre caminando, un ave volando, un pez nadando, un motor que tira, un río que fluye, una corriente de agua, un automóvil en marcha, un avión en vuelo, el Sol y la Luna se mueven respecto a la Tierra.

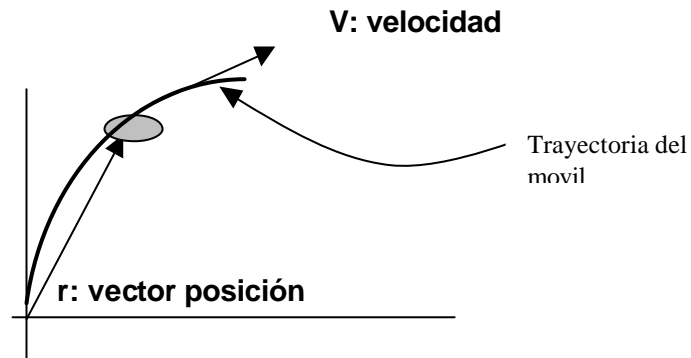
El movimiento es un fenómeno que consiste en el cambio de posición que realiza un cuerpo, en cada instante con respecto a un sistema de referencia, el cual se considera fijo.

3.1. ELEMENTOS DEL MOVIMIENTO

Los elementos del movimiento son:

1. **MOVIL.-** Es el cuerpo que realiza el movimiento.
2. **TRAYECTORIA.-** Es la línea recta o curva que describe el móvil.
3. **POSICION.-** Es un vector que indica la posición de un móvil, empieza en el origen de coordenadas y termina en el móvil. $\mathbf{r}(t)$
4. **DESPLAZAMIENTO.-** Se define para un intervalo de tiempo (t_1, t_2) . Es el vector que va desde la posición en t_1 hasta la posición en t_2 . $\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$
5. **INTERVALO DE TIEMPO (Δt).**- Es el tiempo transcurrido desde un instante t_1 hasta un instante t_2 . $\Delta t = t_2 - t_1$.
6. **VELOCIDAD.-** Es la relación (cociente) que existe entre el desplazamiento recorrido y el tiempo transcurrido (cantidad vectorial). $\mathbf{V} = \Delta \mathbf{r} / \Delta t$
7. **RAPIDEZ.-** Es la magnitud de la velocidad en cada instante del recorrido.

8. **ACELERACION.**- Es el cambio de velocidad con respecto al tiempo (cantidad vectorial). $\mathbf{a}=\Delta\mathbf{v}/\Delta t$. Es una cantidad vectorial.



3.2. MOVIMIENTO EN UNA DIMENSION

Es el que se realiza a lo largo de una línea que puede ser horizontal, vertical o inclinada. Estudiaremos dos clases de estos movimientos: Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU) y Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado (MRUV).

3.2.1. Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU)

Es el movimiento que realiza un móvil por una trayectoria recta, con velocidad constante.

Ejemplo:

El automóvil viaja por una trayectoria recta, recorriendo espacios en tiempos iguales.



3.2.2. Propiedades del Movimiento Rectilíneo Uniforme

La velocidad es constante e independiente del tiempo transcurrido.

La distancia recorrida es directamente proporcional al tiempo empleado.

Ecuaciones:

Posición : $x = x_0 + vt$

Desplazamiento : $\Delta x = x - x_0$

Siendo: x_0 la posición inicial del móvil.

UNIDADES DE LA DISTANCIA, TIEMPO Y VELOCIDAD

UNIDADES	DISTANCIA	TIEMPO	VELOCIDAD
S.I	m	s	m/s
PRACTICO	km	h	km/h

3.3. ANALISIS DE GRAFICAS DEL MOVIMIENTO RECTILINEO UNIFORME

3.3.1. Gráfica Posición (x) – Tiempo (t)

Se va a representar gráficamente la distancia recorrida por un móvil que viaja con una velocidad de 40 m/s con movimiento rectilíneo uniforme y que parte del origen de coordenadas $x_0 = 0$.

$$t = 0 \text{ s} \quad x = x_0$$

$$t = 1 \text{ s} \quad x_1 = 0 + 40 \text{ m/s} \times 1 \text{ s} = 40 \text{ m}$$

$$t = 2 \text{ s} \quad x_2 = 0 + 40 \text{ m/s} \times 2 \text{ s} = 80 \text{ m}$$

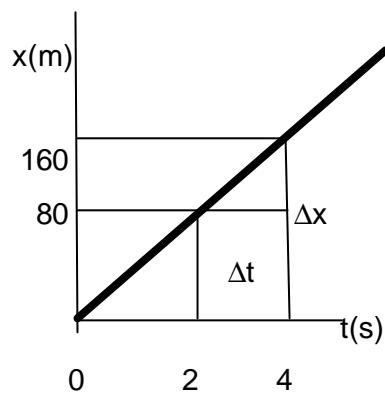
$$t = 3 \text{ s} \quad x_3 = 0 + 40 \text{ m/s} \times 3 \text{ s} = 120 \text{ m}$$

$$t = 4 \text{ s} \quad x_4 = 0 + 40 \text{ m/s} \times 4 \text{ s} = 160 \text{ m}$$

los datos obtenidos se muestran en la siguiente tabla.

x(m)	0	40	80	120	160	200	240
t(s)	0	1	2	3	4	5	6

En la gráfica se representan los tiempos empleados en el eje de las abscisas y las distancias recorridas en el eje de las ordenadas, obteniendo el siguiente gráfico.



$$\text{Pendiente} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{160 - 80}{4 - 2} = \frac{80}{2} = 40 \text{ m/s}$$

ANÁLISIS

1. En el M.R.U. la gráfica de la posición x en función del tiempo es una línea recta que pasa por el origen cuando $x_0=0$, por tanto es una relación lineal.
2. Se encuentra que a intervalos de tiempos iguales (Δt), le corresponde desplazamientos iguales (Δx).
3. La pendiente de la recta x vs t representa la velocidad del móvil.

$$\text{pendiente} = \Delta x / \Delta t$$

4. En el M.R.U. la velocidad es constante.

3.3.2. Gráfica Velocidad – Tiempo

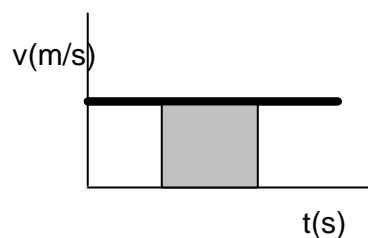
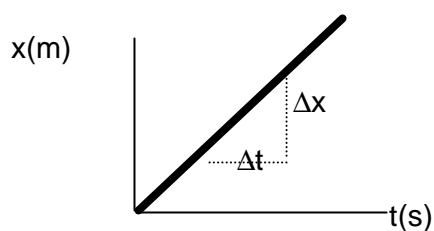
Se va a representar gráficamente la velocidad de un cuerpo que recorre una trayectoria recta de 30 m en cada segundo.

$t_1 = 1\text{s}$	$x_1 = 30\text{ m}$	$v = 30/1\text{ m/s} = 30\text{ m/s}$
$t_2 = 2\text{s}$	$x_2 = 60\text{ m}$	$v = 60/2\text{ m/s} = 30\text{ m/s}$
$t_3 = 3\text{s}$	$x_3 = 90\text{ m}$	$v = 90/3\text{ m/s} = 30\text{ m/s}$
$t_4 = 4\text{s}$	$x_4 = 120\text{ m}$	$v = 120/4\text{ m/s} = 30\text{ m/s}$

los datos obtenidos se muestran en la siguiente tabla.

V(m/s)	30	30	30	30	30	30	30
t(s)	0	1	2	3	4	5	6

Al representar los tiempos empleados en el eje de las abscisas y la velocidad en el eje de la ordenada, se obtienen los siguientes gráficos:



ANÁLISIS

1. El valor de la pendiente en la gráfica x vs. t es constante e igual a 30 m/s para todos los intervalos de la recta.

2. La altura en la gráfica v vs. t indica la velocidad y el eje horizontal el tiempo. La magnitud de la velocidad multiplicada por un intervalo de tiempo define el área del rectángulo que es el espacio recorrido, por tanto, en toda gráfica v - t , el área debajo de la gráfica representa la distancia recorrida por el móvil.
3. Las unidades de esta área no son metros cuadrados por que un lado del rectángulo está medido en segundos y el otro lado en metros por segundo.

3.4. PROBLEMAS

PROBLEMAS RESUELTOS

1. Un automóvil se mueve con velocidad constante $v = 72 \text{ m/s}$. Se pide:
 - a) Una expresión para la posición $x(t)$
 - b) La posición en $t=20 \text{ s}$.
 - c) La distancia recorrida desde $t= 10\text{s}$ hasta $t=20\text{s}$
 - d) Haga una gráfica x vs. t

Solución



x

- a) Considerando que el móvil parte desde un origen de coordenadas, es decir $x_0=0$, escribimos:

$$\text{Posición: } x(t) = x_0 + vt = 0 + 72t$$

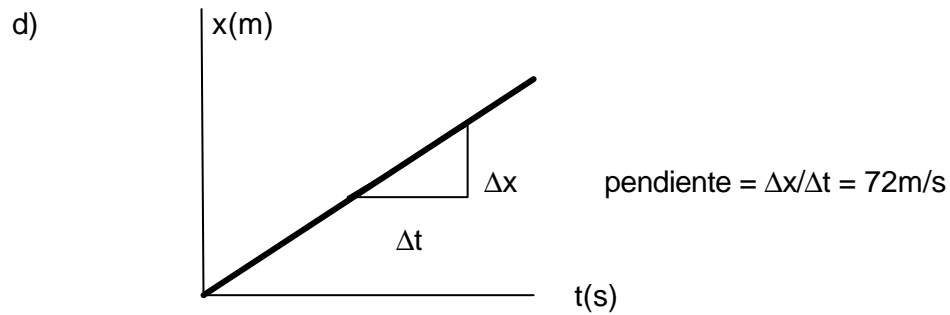
$$\mathbf{X(t) = 72t \text{ m}}$$

- b) Para $t=20\text{s}$, se tiene: $x(20) = 72 \times 20 = 1440\text{m}$

$$\mathbf{X(20) = 1440 \text{ m}}$$

- c) $\Delta x = v \Delta t = 72 \times (20-10) = 720\text{m}$

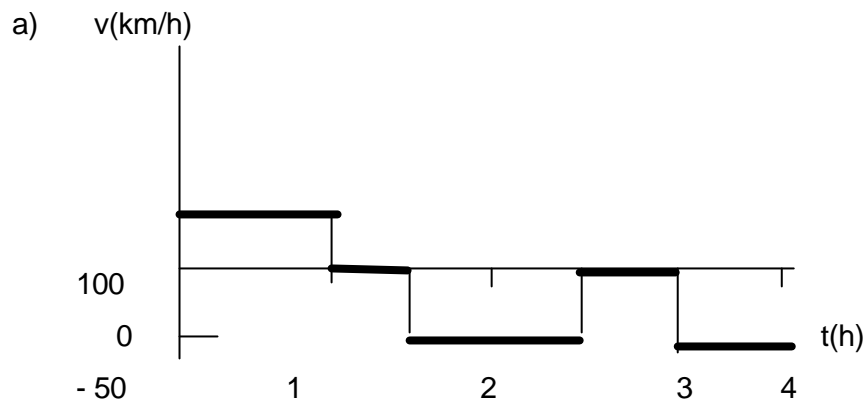
$$\mathbf{Dx = 720 \text{ m}}$$



2. Un automóvil parte del kilómetro cero de una carretera, desarrollando 100 km/h durante una hora; se detiene por completo durante 0,5 h, luego regresa a 50 km/h durante 1 hora, vuelve a detenerse 0,5 h y finalmente vuelve al punto de partida a 50 km/h. Si cada tramo se realiza con un MRU, se pide:

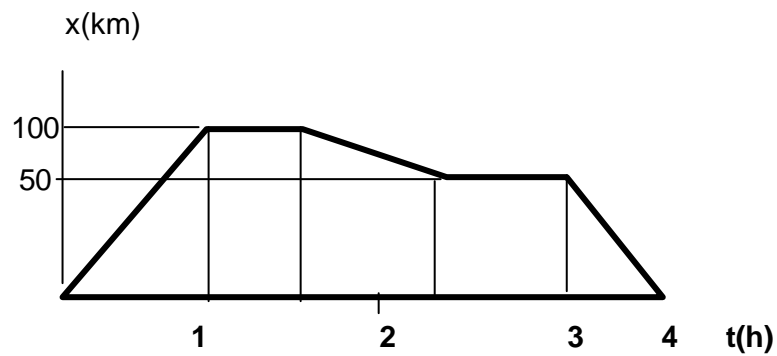
- Traza la gráfica de la velocidad (v) en función del tiempo (t)
- Traza la gráfica de la posición (x) en función del tiempo (t)

Solución



b)

- | | |
|---|--|
| Primer tramo: $0 \leq t \leq 1\text{h}$. | $x = x_0 + vt = 0 + 100t = 100t$ |
| Segundo tramo: $1 \leq t \leq 1,5\text{h}$. | $x = x_0 + vt = 100 + 0t = 100\text{km}$ |
| Tercer tramo: $1,5 \leq t \leq 2,5\text{h}$. | $x = x_0 + vt = 100 - 50(t - 1,5)$ |
| Cuarto tramo: $2,5 \leq t \leq 3\text{h}$. | $x = x_0 + vt = 50 + 0t = 50\text{km}$ |
| Quinto tramo: $3 \leq t \leq 4\text{h}$. | $x = x_0 + vt = 50 - 50(t - 3)$ |

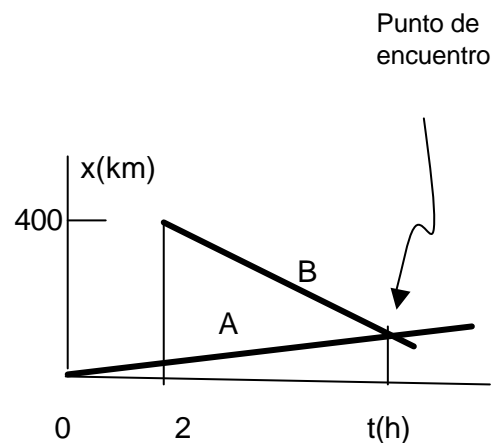
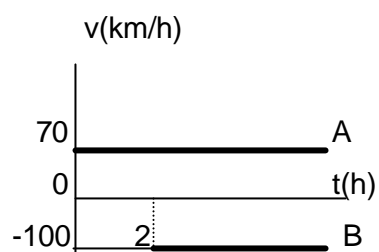


3. Dos trenes parten de dos ciudades A y B, distantes entre sí 400 km, y van uno al encuentro del otro, con velocidades de 70 km/h y 100 km/h, respectivamente. Considerando que el de A sale dos horas antes. Se pide:

- Haga las gráficas v-t y x-t
- Escriba las ecuaciones $x(t)$ para cada tren
- ¿Cuándo se encontrarán y a qué distancia de A:

Solución

a)



b) Ecuación $x(t)$ para el móvil A:

$$x_A(t) = x_0 + vt = 0 + 70t = 70t, \text{ siendo } t \geq 0$$

Ecuación $x(t)$ para el móvil B:

$$x_B = x_0 + vt = 400 - 100(t-2), \text{ siendo } t \geq 2h$$

c) Punto de encuentro

Se debe cumplir que $x_A = x_B$

$$\text{Resultando } 70t = 400 - 100(t-2)$$

$$t = 600 / 170 = 3.53 \text{ H}$$

$$d = 70 (3, 53) = 247,1 \text{ km}$$

4. Un tren se traslada sobre una vía rectilínea, manteniendo la velocidad constante de 20 m/s. Sabiendo que el tren parte de un punto considerado como origen, en el instante $t_0 = 0$, en movimiento progresivo, y que en el margen de la ferrovía existen postes espaciados a intervalos regulares de 100 m, determine:

- La ecuación de movimiento con respecto al tiempo
- El tiempo transcurrido durante el paso de dos postes consecutivos, para un observador en el tren.
- La cantidad de postes que pasan por el observador del ítem b en 1 minuto.

Solución

Datos:

$$v = 20 \text{ m/s}, t_0 = 0 \text{ s}, x_0 = 0 \text{ m}$$

Distancia entre los postes = 100m.

Siendo el movimiento uniforme:

$$x = x_0 + vt \Rightarrow x = 0 + 20 t \quad \therefore \quad x = 20t$$

$$b) \Delta x = x - x_0 = vt \Rightarrow \Delta x = vt \Rightarrow 100 = 20t \Leftrightarrow t = \frac{100}{20} = 5,0 \text{ s}$$

c) Utilizando regla de tres:

$$5,0 \text{ s} \quad \underline{\hspace{1cm}} \quad 1 \text{ poste}$$

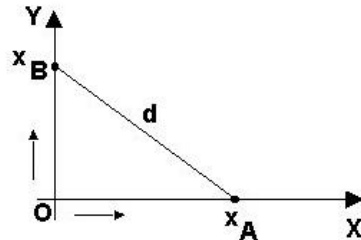
$$60 \text{ s} \quad \underline{\hspace{1cm}} \quad n \text{ postes}$$

$$5,0n = 60 \cdot 1 \Leftrightarrow n = \frac{60}{5,0} = 12$$

$$n = 12 \text{ postes}$$

5. Dos móviles A y B parten simultáneamente de la misma posición, con velocidades constantes y respectivamente iguales a 6.0 m/s y 8.0 m/s. Los móviles recorren los ejes Ox y Oy, formando un ángulo recto. Determine:

- a) Las ecuaciones con respecto al tiempo de los móviles
- b) La distancia que los separa, después de 5.0 segundos de su partida



Solución

Datos:

$$v_A = 6,0 \text{ m/s}$$

$$v_B = 8,0 \text{ m/s}$$

- a) Para un móvil A, $v_A = 6,0 \text{ m/s}$ y $x_{0A} = 0 \text{ m}$. Por tanto, su ecuación de movimiento será $x_A = 0 + 6t \Rightarrow x_A = 6t$

Para móvil B, $v_B = 8,0 \text{ m/s}$ y $x_{0B} = 0 \text{ m}$. Por tanto, su ecuación horaria será $x_B = 0 + 8t$.

$$x_B = 8t$$

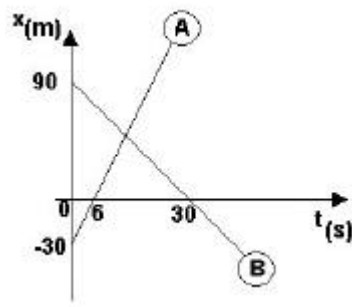
$$d^2 = x_A^2 + x_B^2 \Rightarrow d^2 = 30^2 + 40^2 = 900 + 1600 = 2500$$

$$d = \sqrt{2500} = 50$$

$$d = 50\text{m}.$$

6. Los diagramas temporales de los puntos materiales A y B, que se desplazan sobre una misma recta, están representados en la figura . Determine:

- a) Las ecuaciones con respecto al tiempo
- b) El instante en que se produce el encuentro de los móviles
- c) La posición del punto de encuentro
- d) Los desplazamientos de los móviles hasta el encuentro
- e) Los instantes en que la distancia entre los móviles es 40 m.



Solución

Para la obtención de sus ecuaciones horarias determinemos el inicio de sus velocidades.

$$v_A = \frac{\Delta x_A}{\Delta t_A} = \frac{x_A - x_{oA}}{t_A - t_{oA}} = \frac{0 - (-30)}{6 - 0} = \frac{30}{6} = 5 \text{ m/s}$$

$$v_B = \frac{\Delta x_B}{\Delta t_B} = \frac{x_B - x_{oB}}{t_B - t_{oB}} = \frac{0 - 90}{30 - 0} = \frac{-90}{30} = -3 \text{ m/s}$$

$v_A > 0 \Rightarrow$ Movimiento Progresivo

$v_B < 0 \Rightarrow$ Movimiento Retrógrado

Ecuación horaria de A: $x_A = -30 + 5t$

Ecuación horaria de B: $x_B = 90 - 3t$

$$-30 + 5t = 90 - 3t \Rightarrow 8t = 120 \Leftrightarrow t = \frac{120}{8} = 15$$

$t = t_E$ por tanto:

$$t_E = 15 \text{ s}$$

$$x_E = x_A = -30 + 5 \cdot 15 = 45 \text{ o } x_E = x_B = 90 - 3 \cdot 15 = 45$$

$$x_E = 45 \text{ md}$$

Para un móvil A:

$$\Delta x_A = x_E - x_{oA} = 45 - (-30) = 75 \text{ m}$$

Para móvil B:

$$\Delta x_B = x_E - x_{oB} = 45 - 90 = -45 \text{ m}$$

Antes de encontrar:

$$X_B - X_A = 40\text{m}$$

$$90 - 3t - (-30 + 5t) = 40$$

$$120 - 8t = 40$$

$$8t = 80$$

$$t = \frac{80}{8} = 10$$

$$t = 10 \text{ s}$$

Después de encontrar:

$$X_A - X_B = 40\text{m}$$

$$-30 + 5t - (90 - 3t) = 40$$

$$-120 + 8t = 40$$

$$8t = 160$$

$$t = \frac{160}{8} = 20$$

$$t = 20\text{s}$$

7. Un tren de 100 m de longitud mantiene una longitud constante de 72 Km/h, determine la longitud del puente por el cual pasa el tren, si el transcurso completo dura 15 s.

Solución

$$v_{\text{tren}} = 20\text{m/s}$$

$$v_{\text{tren}} \cdot t_1 = 20 \cdot t_1 = 100 \Rightarrow t_1 = 5 \text{ s}$$

$$\text{Tiempo Total} = 15 \text{ s} = t_1 + t_2$$

$$t_2 = 10\text{s}$$

$$\therefore v_{\text{tren}} \cdot t_2 = L_{\text{puente}} = 20 \cdot 10 = 200\text{m}$$

8. Dos móviles se trasladan por la misma carretera, la cual es rectilínea, y sus desplazamientos obedecen a las ecuaciones horarias $x = 10 + 40t$ y $x' = 330 - 60t$. Los espacios son medidos en kilómetros y los instantes en horas. Si ambos parten en el mismo instante, determine:

- El instante del encuentro.
- La posición del encuentro.
- Los respectivos desplazamientos hasta el encuentro.
- La distancia que los separa, después de 3 horas de la partida

Solución

$$x = 10 + 40t \quad \dots(1) \text{ (km/h)}$$

$$x' = 330 - 60t \quad \dots(2) \text{ (km/h)}$$

a) $x = x'$ (encuentro)

de (1) - (2)

$$0 = -320 + 100t$$

$$t = 3\text{h } 12\text{m.}$$

b) reemplazando t en (1):

$$x = 138 \text{ km}$$

c) $\Delta x = 128 \text{ Km}$

$$\Delta x' = -192 \text{ Km}$$

d) $x = 10 + 40(3) = 130 \text{ Km}$

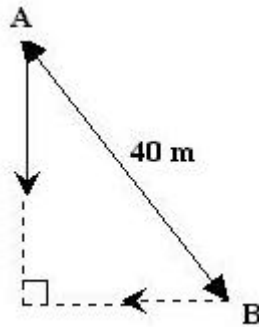
$$x' = 330 - 60(3) = 150 \text{ Km}$$

$$x' - x = 20 \text{ Km.}$$

9. La figura ilustra las posiciones de los dos móviles, A y B, que parten en el mismo instante, con velocidades constantes y respectivamente iguales a 1,2 m/s y 1,6 m/s. La distancia inicial entre los móviles es 40 m. Determine:

a) El tiempo que transcurre desde hasta el instante del encuentro.

b) Las distancias recorridas por los móviles hasta el encuentro.

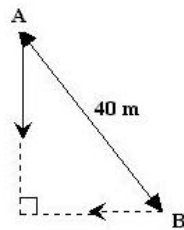


Solución

a) $v_A \cdot t = d_A \dots(1)$

$v_B \cdot t = d_B \dots(2)$

del gráfico y por pitágoras



$$(v_A t)^2 + (v_B t)^2 = d_A^2 + d_B^2$$

$$t^2(v_A^2 + v_B^2) = 40^2$$

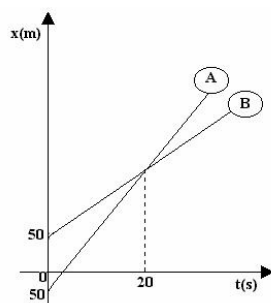
$$t = 20 \text{ s}$$

b) $v_A(20) = 24 \text{ m}$

$v_B(20) = 32 \text{ m}$

10. El diagrama registra la variación de las posiciones de los dos móviles, que caminan sobre la misma recta, en función del tiempo. Sabiéndose que la razón entre las velocidades de los móviles A y B es 2, determine:

- Las respectivas velocidades de los móviles.
- La posición del punto de encuentro.



Solución

$$\frac{v_A}{v_B} = 2 \dots (1)$$

a) $x_A = -50 + 20v_A$

$$x_B = 50 + 20v_B$$

$\Rightarrow t = 20$ se cumple $x_A = x_B$ y de (1):

$$v_B = 5 \text{ m/s y } v_A = 10 \text{ m/s}$$

b) Reemplazando en cualquiera de las ecuaciones de movimiento:

$$x = -50 + 20(10) = 150 \text{ m}$$

PROBLEMAS PROPUESTOS

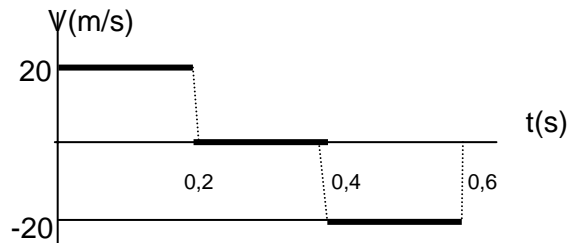
1. Imagina que una persona te informa que un automóvil se desplaza por una carretera, de tal modo que la distancia de que recorre está dada por la ecuación:

$$x = 60 t, \text{ con } t \text{ en horas y } x \text{ en km.}$$

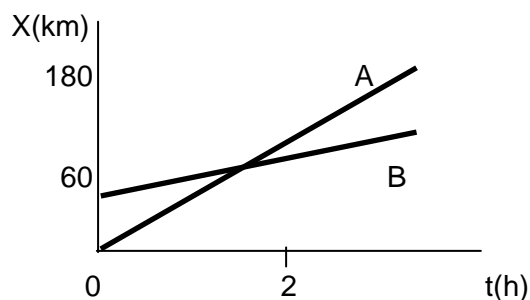
¿Cuál de las siguientes afirmaciones, son conclusiones correctas, que podrás deducir a partir de esta afirmación?

- El movimiento es rectilíneo.
- La velocidad del automóvil es $v = 60 \text{ km/h}$
- La distancia de es directamente proporcional al tiempo t .
- La velocidad v del auto es directamente proporcional al tiempo.
- El diagrama $x - t$ consiste en una recta que pasa por el origen.

2. El movimiento de un auto en una carretera se representa en la figura. Entre las afirmaciones, relativas al movimiento, señala la que está equivocada.

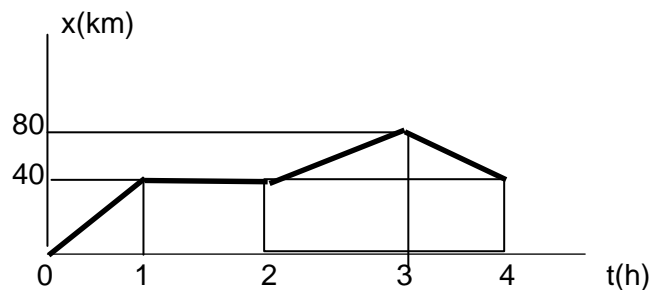


- Desde $t = 0,2$ s a $t = 0,4$ s el auto permanece parado.
 - La distancia total recorrida por el vehículo fue de 8 km.
 - En el instante $t = 0,6$ h el auto estaba de regreso a la posición inicial.
 - El auto recorrió 4 km en un sentido y 4 km en sentido contrario. En el instante $t = 0$ el automóvil se hallaba en el kilómetro 0 y en el instante $t = 0,6$ h en el kilómetro 0.
3. Dos automóviles A y B, se van por una misma carretera, en la figura se indica la posición x en función del tiempo para cada uno en relación con el comienzo de la carretera. Analiza las afirmaciones siguientes, relacionadas con el movimiento de estos autos y señala las que son correctas.



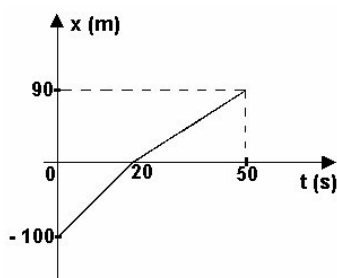
- En el instante $t = 0$, A se halla en el km 0 y B en el km 60.
- Ambos autos se desplazan con un movimiento uniforme.
- Desde $t = 0$ a $t = 2$ h, A recorrió 120 km y B 60 km.
- La velocidad de A es 60 km/h y la de B 30 km/h.
- A alcanza a B en el instante $t = 2$ h al pasar por la señal del Km 120.

4. La posición de un móvil en una carretera varía con el tiempo t de acuerdo al gráfico de la figura de esta práctica.



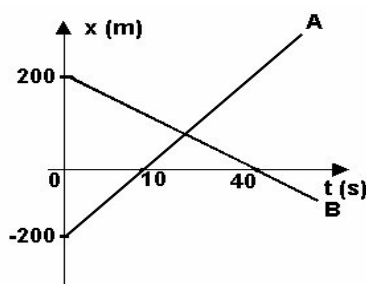
- Describe el movimiento del auto.
 - Traza el diagrama $v - t$ para este movimiento.
5. Representar gráficamente el movimiento de un móvil que marcha a $v = 20\text{m/s}$, con movimiento rectilíneo uniforme.
6. Dos estaciones distan entre sí 100 km. De A sale un tren que tardará 2 horas en llegar a B; de B sale otro hacia A, donde llegará en 1,5 h. Calcular a qué distancia de A se cruzan y que tiempo después de haber partido simultáneamente cada uno de su estación.- (Solución gráfica y algebraica).
7. Una partícula recorre un eje Ox (eje x). En el diagrama está representada la abscisa x en función del tiempo t . Determine:

- La velocidad de la partícula en los 20 s iniciales y entre los instantes 20 s y 50 s.
- El desplazamiento en los 50 s.
- El tipo de movimiento entre los instantes 0 y 20 s, y entre 20 s y 50 s.



8. Dos móviles A y B parten simultáneamente y caminan sobre la misma recta. El diagrama al lado ilustra las posiciones x , en función del tiempo t , de los dos móviles. Determine:

- El instante del encuentro
- La posición del encuentro
- Los recorridos de los móviles A y B hasta el instante del encuentro.



9. Dos trenes de la misma longitud, cada 100 m avanzan, sobre vías paralelas, en un trecho rectilíneo. Sus velocidades, relativas a un punto fijo de la tierra, son iguales a 36 km/h y 54 km/h. Determine el tiempo empleado al sobrepasar un tren al otro:

- Si avanzan en el mismo sentido
- Si avanzan en sentidos contrarios

10. Dos puntos materiales A y B recorren una misma recta, en el mismo sentido. En el instante $t_0 = 0$ la distancia que los separa es 40 m y 10 s después A alcanza B. Determine:

- La diferencia entre las velocidades de A y B.
- Las velocidades de los puntos materiales, sabiendo que las mismas están
- en la razón de $\frac{3}{1}$.

11. En el instante $t_0 = 0$, dos puntos materiales pasan simultáneamente por la misma posición y mantienen las velocidades de 12 m/s y 16 m/s. Si uno se

dirige hacia el norte y el otro hacia el este, ¿Cuál es el instante en que la distancia que los separa es de 100 m?

12. Un ferrocarril compuesto de 19 vagones y una locomotora se desplaza a 20 m/s. Siendo el largo de cada elemento 10 m, ¿Cuál es el tiempo que el tren utiliza para rebasar:

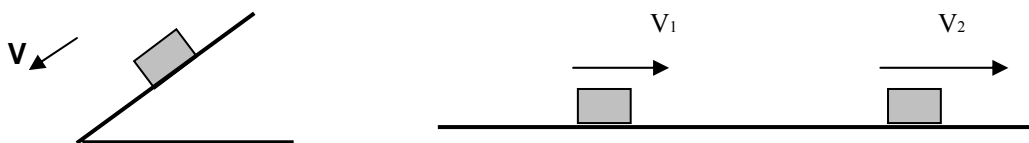
- a) Una persona?
- b) Un puente de 100 de largo.?

13. Una tortuga se encuentra a 10 m delante de un conejo, en un instante dado ambos se ponen a correr en el mismo sentido en trayectorias rectilíneas coincidentes. La velocidad del conejo es el doble de la velocidad de la tortuga. En estas condiciones, cuando el conejo alcanza el punto donde estaba inicialmente la tortuga, está estará 5 m adelante, cuando el conejo avance 5 m, la tortuga estará a 2.5 m adelante, cuando el conejo avance 2.5 m la tortuga estará 1.25 m adelante y así sucesivamente; por tanto el conejo nunca encontrará a la tortuga. Muestre el error determinando el punto de encuentro.

3.5. MOVIMIENTO RECTILINEO UNIFORME VARIADO (MRUV)

Es aquel movimiento que realiza un móvil por una trayectoria recta, variando progresivamente el valor de la rapidez (v), ya sea aumentando (acelerando) o disminuyendo (desacelerando o retardado) esta variación depende de la aceleración y esta aceleración es una magnitud constante.

El automóvil parte con velocidad inicial, recorriendo una distancia con una velocidad que aumenta progresivamente, debido a la aceleración constante.



3.5.1. Propiedades del Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado

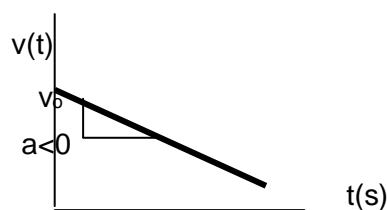
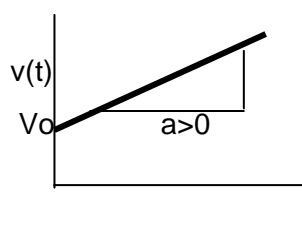
- Los espacios recorridos son directamente proporcionales a los cuadrados de los tiempos.
- La aceleración en todo movimiento rectilíneo uniformemente variado se mantiene constante.

ECUACIONES:

1. Aceleración (**a**) = $\Delta v / \Delta t$

velocidad instantánea $v(t) = v_0 + at$

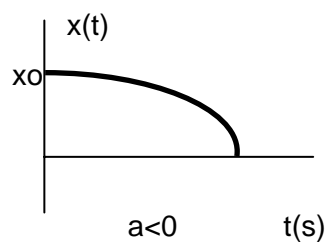
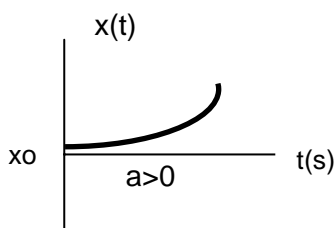
2. La gráfica velocidad en función del tiempo es una recta cuya pendiente puede ser positiva (+) cuando la velocidad aumenta y negativa (-) cuando la velocidad disminuye.



3. La posición $x(t)$ tiene una relación cuadrática con el tiempo.

$$x(t) = x_0 + v_0 t + at^2/2$$

4. La gráfica $x-t$ corresponde a una parábola.



5. Reuniendo las ecuaciones de la velocidad y de la posición, se obtiene:

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

NOTA: Recuerda que,

- cuando el móvil parte del reposo la velocidad inicial v_0 es igual a 0
- la distancia recorrida por un móvil, es igual al área en una gráfica $v - t$.
- la aceleración es igual a la pendiente en una gráfica $v - t$

UNIDADES DEL MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE VARIADO (MRUV)

UNIDADES	DISTANCIA	TIEMPO	VELOCIDAD	ACELERACIÓN
S.I.	M	S	m/s	m/s^2
Práctico	Km	H	km/h	km/h^2

Análisis de Gráficas de M.R.U.V.

1.- Gráfica de la Velocidad (v) – Tiempo (t)

Representamos la velocidad en el eje de las ordenadas, mientras que el tiempo en el eje de la abscisa, de un cuerpo que parte del reposo ($v_i = 0$) que se mueve con una aceleración de 4 m/s^2 .

$$v_t = v_i + a t$$

$$v_t = 0 + (4 \text{ m/s}^2) (0 \text{ s}) = 0 \text{ m/s}^2$$

$$v_t = 0 + (4 \text{ m/s}^2) (1 \text{ s}) = 4 \text{ m/s}^2$$

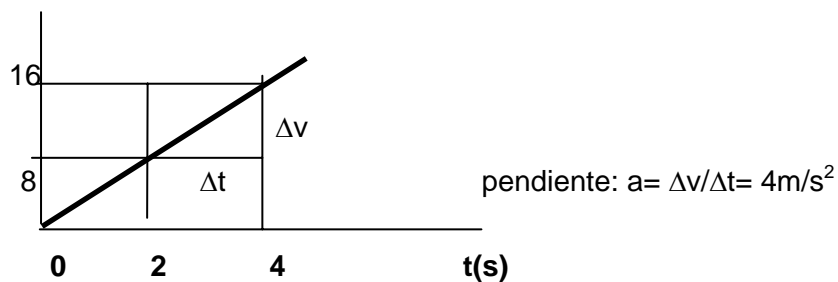
$$v_t = 0 + (4 \text{ m/s}^2) (2 \text{ s}) = 8 \text{ m/s}^2$$

$$v_t = 0 + (4 \text{ m/s}^2) (3 \text{ s}) = 12 \text{ m/s}^2$$

Registramos los datos obtenidos en la tabla y graficando obtenemos:

v(m/s)	0	4	8	12	16	20	24
t(s)	0	1	2	3	4	5	6

$v(\text{m/s})$



ANÁLISIS

1. La gráfica $v - t$ es una línea recta.
2. La recta pasa por el origen de coordenadas, debido a que el móvil parte sin velocidad inicial.
3. La pendiente de la recta es la constante, que en este caso viene a ser la aceleración.
4. aceleración = pendiente en gráfica $v - t$
5. La distancia es el área debajo la gráfica.

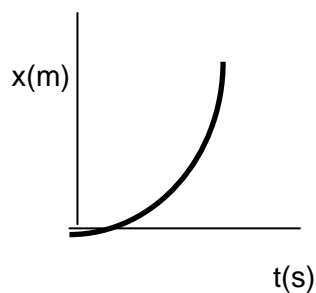
2.- Gráfica de la Posición (x) – Tiempo (t)

Representamos la posición x en el eje de la ordenada y el tiempo en la abscisa, para un cuerpo que parte del reposo ($v_0 = 0$) y del origen de coordenadas ($x_0=0$), moviéndose con una aceleración de 2m/s^2 .

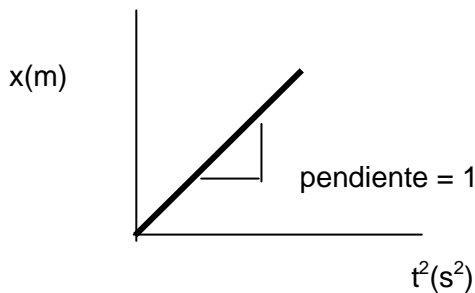
Aplicando la fórmula: $x(t) = x_0 + v_0 t + at^2/2 = t^2$

Se registra los datos obtenidos en la tabla y se grafica:

x(m)	0	1	4	9	16	25
t(s)	0	1	2	3	4	5
t²(s²)	0	1	4	9	16	25



Gráfica 1



Gráfica 2

Linealizamos la gráfica (x vs t^2), con el objeto de hallar la pendiente, elevando los datos del tiempo al cuadrado en la tabla.

ANALISIS GRAFICA No. 1

1. La gráfica posición (x) en función del tiempo es una parábola.
2. La parábola siempre pasa por el origen, debido a que el móvil parte desde el reposo (velocidad inicial = 0).
3. El movimiento tiene aceleración positiva porque la parábola es cóncava hacia arriba.

ANALISIS GRAFICA No. 2

1. La gráfica muestra que la distancia es directamente proporcional al cuadrado de los tiempos.
2. La pendiente de la gráfica es igual a $a/2$ cuando el móvil parte del reposo.

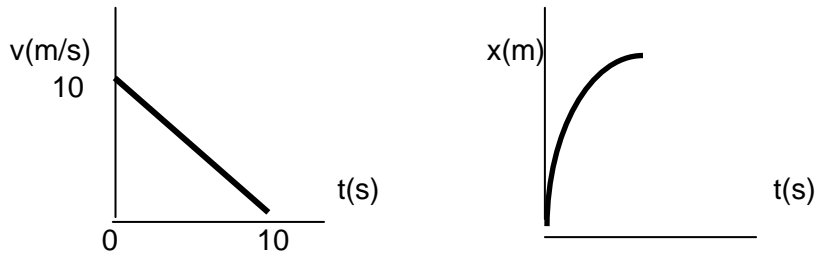
3.6. PROBLEMAS

PROBLEMAS RESUELTOS

1. Un vehículo que se desplaza a 10 m/s, debe parar después de 10s que el conductor frena. Se pide:
Represente las gráficas $v-t$ y $x-t$
¿Cuál es el valor de la aceleración, en el MRUV, que los frenos deben imprimir al vehículo?
Escriba las ecuaciones $v(t)$ y $x(t)$
¿Cuál es la distancia que recorre el vehículo en esta frenada?

Solución

a)



b) aceleración $a = \Delta v / \Delta t = (0 - 10) / (10 - 0) = -1 m/s^2$

c) Ecuación para la velocidad: $v = v_0 + at = 10 + (-1)t = 10 - t$

Ecuación para la posición: $x(t) = x_0 + v_0 t + at^2/2 = 0 + (10)t + (-1)t^2/2$
 $= 10t - t^2/2$

d) de la ecuación $v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$, obtenemos

$$0 = (10)^2 + 2(-1)(x - 0) \quad \text{—————} \quad X = 50 \text{ m}$$

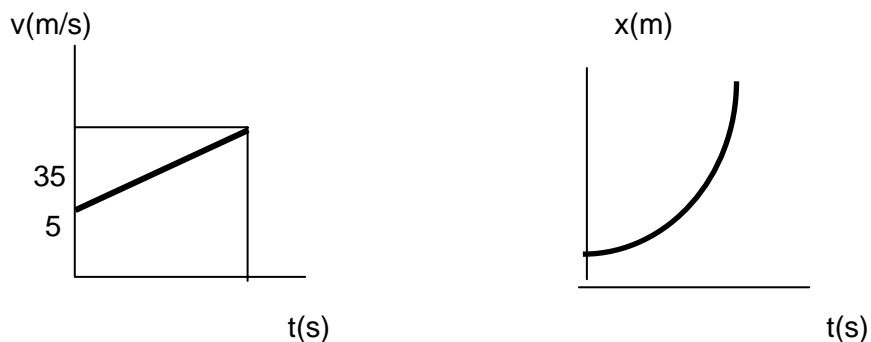
Respuesta: el valor de la aceleración que los frenos deben imprimir es de $-1 m/s^2$. La distancia que recorrerá en esta frenada es 50 m.

2. Un auto se mueve con una velocidad de 5 m/s cuando el conductor pise el acelerador, el movimiento pasa a ser uniformemente acelerado, alcanzando una velocidad de 35 m/s en 3 s. Se pide:

- a) Trazar las gráficas $v-t$ y $x-t$.
- b) Calcular la aceleración del auto.
- c) Escribir las ecuaciones $v(t)$ y $x(t)$
- d) Hallar la distancia alcanzada.

Solución

a)



b) aceleración $a = \Delta v / \Delta t = (35 - 5) / (3 - 0) = 10 m/s^2$

c) Ecuación para la velocidad. $v(t) = v_0 + at = 5 + 10t^2$

Ecuación para la posición. $x(t) = x_0 + v_0t + at^2/2 = 0 + 5t + 10(t^2)/2$
 $= 5t + 5t^2$

d) La distancia corresponde al valor de x cuando $t=3s$

$$x = 5(3) + 5(3)^2 = 60m.$$

3. En el instante en que una señal de tránsito cambia a verde, un automóvil se pone en movimiento con la aceleración de $1,8 \text{ m/s}^2$. En el mismo instante pasa un tranvía con velocidad uniforme de 9 m/s , en la misma dirección del automóvil. Se pide:

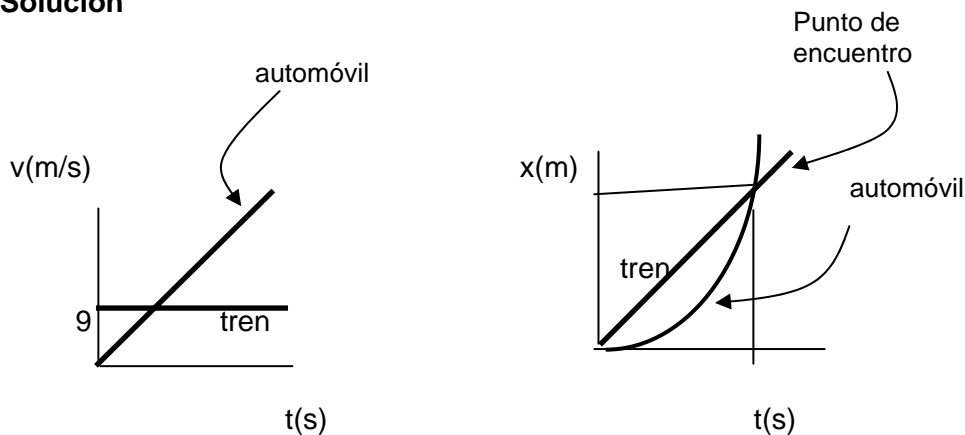
Graficar v-t y x-t

Escriba las ecuaciones x(t) y v(t) para el automóvil y el tren

¿Qué velocidad tendrá cuando alcanza el auto al tranvía?

¿A qué distancia lo alcanza?

Solución



Para el automóvil

Posición: $x(t) = x_0 + v_0t + at^2/2 = 0 + 0(t) + 1,8(t^2)/2 = 0,9t^2$

Velocidad: $v(t) = v_0 + at = 0 + 1,8t = 1,8t$

Para el tren

Posición: $x(t) = x_0 + v_0t + at^2/2 = 0 + 9(t) + 0(t^2)/2 = 9t$

Velocidad: $v(t) = v_0 + at = 9 + 0t = 9m/s = \text{constante (MRU)}$

En el punto de encuentro las posiciones x son iguales, por tanto:

$$0,9t^2 = 9t \quad 1\text{ra solución: } t = 0$$

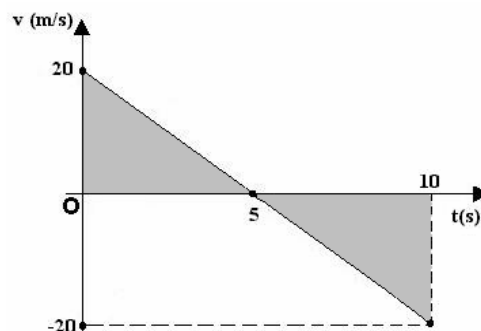
$$2\text{da solución: } t = 10\text{s}$$

La velocidad del automóvil cuando lo alcanza es: $v = 1,8(10) = 18\text{m/s}$

Lo alcanza en $x = 9(10) = 90\text{m}$

4. Un punto material recorre el eje O_x con las velocidades indicadas en el diagrama. En el instante inicial $t_0 = 0$, el móvil pasa por el origen de las abscisas $x_0 = 0$. Determine:

- La aceleración
- La ecuación de la velocidad
- La ecuación con respecto al tiempo
- La posición del móvil en el instante $t = 5\text{ s}$.
- El desplazamiento en los 10 s iniciales.



Solución

- a) Sabemos que $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ y que:

$$\Delta t = 5 - 0 = 5\text{s}$$

$$\Delta v = 0 - 20 = -20\text{ m/s}$$

$$\text{la aceleración será: } a = \frac{-20}{5} = -4\text{ m/s}^2$$

- b) $v = v_0 + at \therefore v = 20 - 4t$

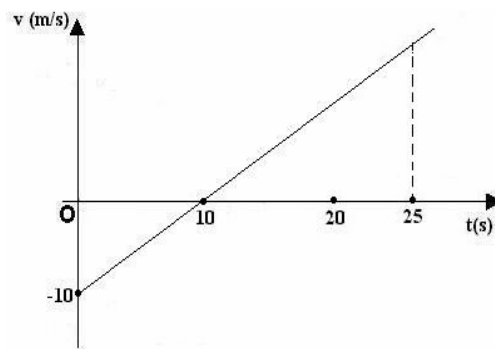
$$c) \quad x = 0 + 20t + \frac{-4}{2}t^2$$

- d) Para $t = 5\text{ s}$, la posición del móvil será:
 $x = 50\text{ m}$

- e) Observando el gráfico $v \times t$, verificamos que:
 área del triángulo superior = 50 (entre 0s y 5s)
 área del triángulo inferior = -50 (entre 5s y 10s)
 Por tanto, el desplazamiento entre 0s y 10s será:
 $\Delta x = 0 \text{ m}$

5. Un punto material recorre el eje Ox con velocidad que varia en el tiempo, según el diagrama, determine:

- La aceleración.
- La ecuación de la velocidad
- El desplazamiento en los 25 s iniciales.



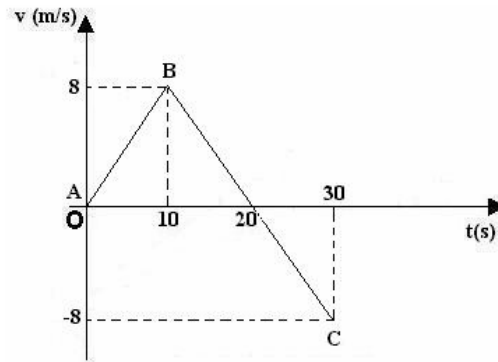
Solución

- $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = 1 \text{ m/s}^2$
- de: $v = v_0 + at$
 siendo para $t = 0 \Rightarrow v_0 = -10 \text{ m/s}$
 $\therefore v = -10 + t$
- Del diagrama:
 $A_1 + A_2 = 62.5 \text{ m}$

6. Una partícula recorre una recta con velocidad que varia según el diagrama. Determine:

- Las aceleraciones en los trechos AB y BC

- b) El instante en que el desplazamiento es máximo
- c) El desplazamiento en el instante $t = 30$ s.



Solución

a) Tramo AB $\Rightarrow a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = 0.8 \text{ m/s}^2$

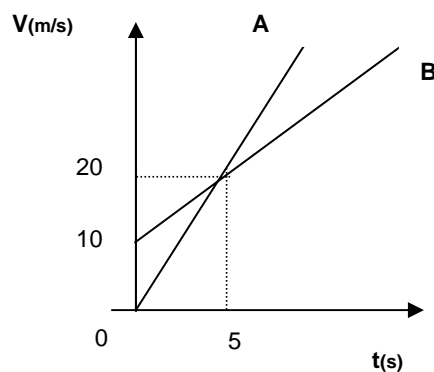
Tramo BC $\Rightarrow a = -0.8 \text{ m/s}^2$

b) 20 s.

c) $A_1 + A_2 = 40 \text{ m}$

7. Dos móviles A y B parten simultáneamente de la misma posición y recorren el eje Ox. El diagrama representa las velocidades de los móviles en función del tiempo. Determine:

- a) El instante del encuentro
- b) El instante en que la razón entre las velocidades de B y de A es igual a 3.



Solución

a) $v_A = 4t$

$v_B = 10 + 2t$

y $x_A = x_{0A} + 2t^2 \dots(1)$

$x_B = x_{0B} + 10t + t^2 \dots(2)$

En el encuentro $x_A = x_B$ y como parten de la misma posición $x_{0A} = x_{0B}$, así:

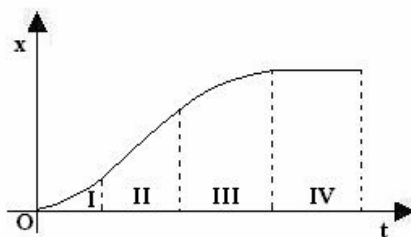
Restando (1) - (2):

$t = 10 \text{ s}$

b) $\frac{v_B}{v_A} = 3 = \frac{10 + 2t}{4t} \Rightarrow t = 1 \text{ s.}$

8. La posición x de un cuerpo , que se mueve a lo largo de una recta, en función del tiempo t , es mostrada en el gráfico. Para cada uno de los cuatro intervalos señalados en el gráfico, indique:

- a) Si la velocidad es positiva, negativa o nula.
b) Si la aceleración es positiva, negativa o nula.



Solución

a) Se observa que en todo momento el movimiento se realiza en la dirección positiva del eje x , por lo tanto en los intervalos I, II y III la velocidad es positiva y en el intervalo IV la velocidad es nula.

b) Analicemos la concavidad de la gráfica en:

intervalo I : Hacia arriba : $a > 0$

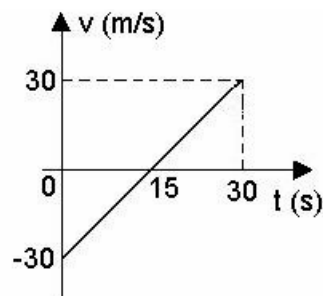
intervalo II : Recta : $a = 0$

intervalo III : Hacia abajo : $a < 0$

intervalo IV : Recta : $a = 0$

9. Una partícula recorre el eje Ox. En el instante $t_0 = 0$ el espacio inicial es $x_0 = 0$. En el diagrama se representa la velocidad de la partícula en función del tiempo. Determine:

- La aceleración de la partícula.
- Los tipos de movimiento entre los instantes 0 y 15 s y 15 s y 30 s.
- El desplazamiento en los 15 s iniciales y entre 15 s y 30 s.
- La posición del móvil en el instante 15 s y en el instante 30 s.



Solución

a) $v_f = v_0 + at \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$

b) De 0 - 15 s

$a \Rightarrow$ positivo

$v \Rightarrow$ negativo

\therefore el movimiento es uniformemente desacelerado y con dirección negativa.

De 15s - 30s

$a \Rightarrow$ positivo

$v \Rightarrow$ positivo

\therefore el movimiento es uniformemente acelerado y con dirección positiva.

c) De 0 - 15 s

$$d = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 = -225 \text{ m}$$

De 15s - 30s

$$d = 225 \text{ m}$$

d) En el instante

$$t = 15\text{s} \Rightarrow x = -225 \text{ m}$$

$$t = 30\text{s} \Rightarrow x = 0 \text{ m}$$

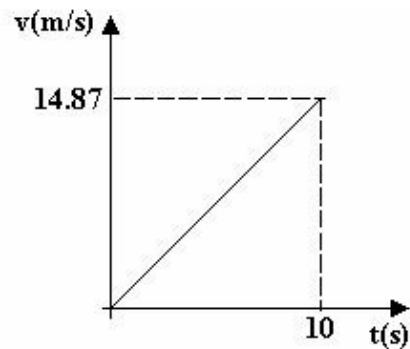
Luego en $t = 30 \text{ s}$ el móvil regresa a su posición inicial.

10. Un punto material describe un movimiento rectilíneo, partiendo de un punto donde se encontraba en reposo. Se observa que su velocidad varía con el tiempo, indicado por un reloj, de acuerdo con los valores medidos y tabulados a continuación.

t (s)	v (m/s)
0	0
1,5	2,25
3,0	4,49
4,5	6,77
6,0	8,97
10,0	14,87

- a) Construya, en papel milimetrado, el gráfico de v en función de t .
 b) A partir de la curva ajustada en el gráfico del ítem anterior, calcule la distancia recorrida por el punto material entre $t_1 = 1.5$ s y $t_2 = 4.5$ s.

Solución



- b) Sabiendo las velocidades en los puntos $t_1 = 1.5$ s y $t_2 = 4.5$ s, usamos:

$$v_2^2 = v_1^2 + 2a \cdot \Delta x \quad \dots(1)$$

$$(6.77)^2 = (2.25)^2 + 2a \cdot \Delta x \quad \dots(2)$$

De la parte primera se sabe que la aceleración es 1.5 m/s^2 , luego reemplazando en (2):

$$\Delta x = 13.5 \text{ m}$$

11. A partir del gráfico construido para resolver la pregunta anterior. Determine:

- La velocidad media del punto material entre los instantes $t_1 = 1$ s y $t_2 = 6$ s.
- La aceleración del punto material.

Solución

La velocidad media es:

$$v_m = \frac{v_{t1} + v_{t2}}{2} \quad \dots(1)$$

Necesitamos v_i para $t_1 = 1$ s, luego:

$$\Delta x_{t1} = v_0 t_1 + \frac{1}{2} a t_1^2 = 0.75 \text{ m (con } a = 1.5 \text{ m/s}^2)$$

y su velocidad será $v_{t1} = 1.5$ m/s $\dots(2)$

reemplazando (2) en (1):

$$v_m = 1.5 + \frac{8.97}{2} = 5.24 \text{ m/s}$$

$$b) \quad a = \tan \alpha = \frac{14.87}{10} = 1.49 \text{ m/s}^2$$

PROBLEMAS PROPUESTOS

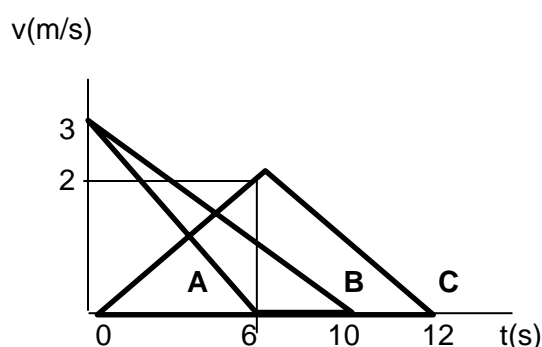
- Un cuerpo que tiene una aceleración nula, ¿Puede estar en movimiento?
¿Por qué?
- La tabla siguiente proporciona para varios instantes, los valores de la velocidad de un cuerpo que se desplaza en línea recta.

t(s)	0,0	2,0	3,0	4,0	5,0
v(m/s)	?	5,0	8,0	11,0	14,0

- ¿De qué tipo es el movimiento del cuerpo?
- ¿Cuál es el valor de su aceleración?
- ¿Cuál es la velocidad del cuerpo en el instante $t = 0$?
- ¿Cuál es la distancia que recorre el cuerpo desde $t = 0$ hasta $t = 4$?

3. En el instante en que el semáforo da luz verde un automóvil arranca con una aceleración constante de 3 m/s^2 , en ese instante pasa en el mismo sentido un camión con una velocidad constante de 20 m/s , ¿Qué tiempo necesita el automóvil para alcanzar el camión?

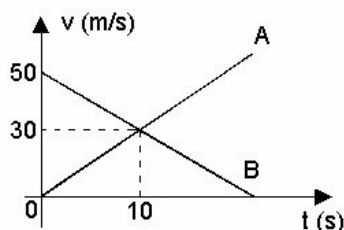
Los movimientos de tres autos A, B y C, en una calle, están representados en el diagrama $v - t$ de la figura.



en el instante $t = 0$ los tres coches se hallan uno al lado del otro, a una distancia de 140 m de una señal que dice “No hay pase”. ¿Cuál de ellos rebasó la señal?

4. Un automovilista que va a una velocidad constante de 75 km/h , pasa frente a un agente de tránsito que empieza a seguirlo en su motocicleta, pues en ese lugar la velocidad máxima es de 60 km/h . El agente inicia la persecución 4 s después de que pasó el automovilista partiendo de reposo y continúa con aceleración constante. Alcanza al automovilista a $3,6 \text{ km}$ del lugar de donde partió. ¿Durante qué tiempo se movió el vehículo desde el instante en que pasó frente al policía? ¿Con qué velocidad lo alcanzó el policía el automovilista?
5. Dos móviles parten, el uno hacia el otro, desde los extremos de un segmento de 5 m de longitud. Se mueven con movimiento rectilíneo uniformemente variado de aceleraciones de 20 cm/s^2 y 30 cm/s^2 , respectivamente. ¿En qué instante se encuentran?

6. Dos móviles A y B caminan sobre la misma recta con velocidades que varían en el tiempo según el gráfico anexo. Si la distancia que los separa, en el instante $t_0 = 0$, es 110 m y el móvil A alcanza el móvil B.



- La aceleración de A y de B.
- El instante del encuentro
- La velocidad de A y de B en el instante del encuentro
- La posición del encuentro, si el móvil A parte del origen.

3.7. MOVIMIENTO DE CAIDA LIBRE

La caída libre es un caso particular del M.R.U.V. siendo La aceleración la gravedad ($g=9,8\text{m/s}^2$) un vector vertical hacia abajo. El movimiento descrito es acelerado con trayectoria rectilínea vertical; no se tiene en cuenta la resistencia del aire.

La aceleración de la gravedad no es una constante en la superficie de la tierra, esto se debe a que la tierra no es perfectamente esférica y además posee superficies accidentadas. Los valores de la gravedad son:

En los polos $g = 9,83 \text{ m/s}^2$

En el ecuador $g = 9,79 \text{ m/s}^2$

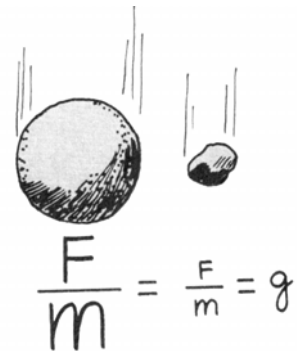


El movimiento de subida es desacelerado o retardado alcanzando el móvil una altura máxima en cuyo instante su velocidad es cero. El movimiento de caída es acelerado

Ejemplo: Cuando un cuerpo cae, su velocidad aumenta en forma continua. Si se lanza hacia arriba, su velocidad disminuye, hasta cero en el punto más alto.

PROPIEDADES DE LA CAIDA LIBRE

- El movimiento de caída libre es rectilíneo y uniformemente acelerado
- En el vacío todos los cuerpos caen con la misma aceleración”.



Estas leyes se comprueban con el tubo de Newton, que es un tubo de vidrio de 1 m de largo, cerrado por unos de sus extremos y por el otro extremo provisto de un dispositivo por el cual se puede extraer el aire, dentro del tubo están colocados una pluma y un perdigón.

Se hace una primera experiencia con el tubo lleno de aire, se invierte rápidamente y se observa que el perdigón cae antes que la pluma debido a la resistencia del aire que se opone al movimiento de la pluma por su mayor superficie. Se repite la experiencia después de sacar el aire del tubo y se observa que el perdigón y la pluma caen al mismo tiempo.

3.7.1. Ecuaciones de Caída Libre

Como el movimiento de caída libre es un caso particular del M.R.U.V., las fórmulas son las mismas, siendo la aceleración ya conocida (g) y la posición la identificamos por la coordenada “ y ”. Así tenemos:

$$1. v = v_0 - g t$$

$$2. v^2 = v_0^2 - 2 g h$$

$$3. y = y_0 + v_0 t - g t^2/2$$

3.8. PROBLEMAS

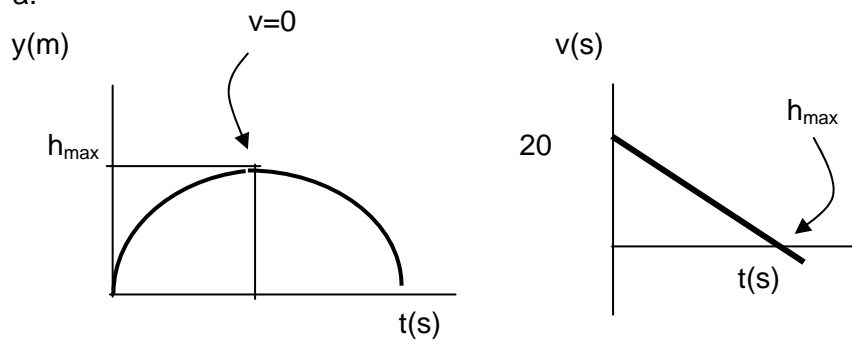
PROBLEMAS RESUELTOS

1. Una piedra es lanzada verticalmente hacia arriba con velocidad inicial de 20 m/s. Se pide:

- Graficar v-t , y-t
- Escriba las ecuaciones y(t) y v(t)
- ¿En qué tiempo alcanza su altura máxima?
- ¿Cuál es la altura máxima?
- ¿En qué tiempo regresa al punto de lanzamiento?

Solución

a.



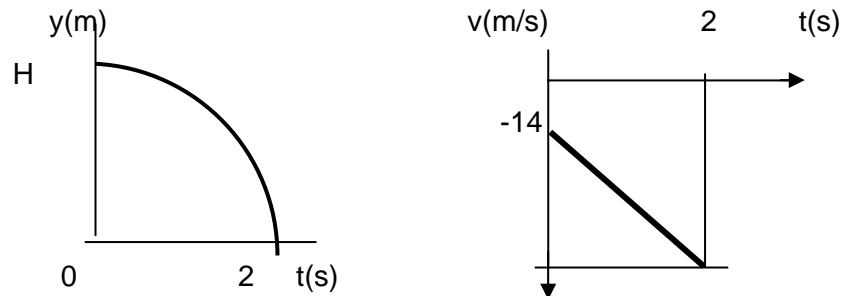
- posición: $y = y_0 + v_0 t - g t^2/2 = 0 + 20(t) - 9,8(t^2)/2 = 20t - 4,9t^2$
velocidad: $v = v_0 - gt = 20 - 9,8t$
- El tiempo de subida se obtiene cuando $v = 20 - 9,8t = 0$, es decir
 $t = 20/9,8 = 2,02s$
- La altura máxima se alcanza cuando $v^2 = v_0^2 - 2 g h = 0$, es decir
 $h = v_0^2/2g = (20)^2/(2 \times 9,8) = 20,4m$
- Regresa al punto de lanzamiento cuando $y = 20t - 4,9t^2 = 0$, es decir
 $t = 20/4,9 = 4,08s$

2. Desde lo alto de un edificio se lanza una pelota, verticalmente hacia abajo, con una velocidad inicial de 14m/s y tarda 2s en llegar al piso. Se pide:

- Graficar y-t y v-t
- La altura de donde fue lanzada la pelota.
- Escribir las ecuaciones y(t) y v(t)
- La velocidad con que la pelota llega al piso.

Solución

a)



b) La altura desde donde se lanzo debe cumplir:

$$y = y_0 + v_0 t - g t^2/2 = H - 14(2) - 4,9(2)^2 = 0, \text{ resultando } H = 47,6\text{m}$$

c)

Posición. $y = y_0 + v_0 t - g t^2/2 = -14t - 4,9t^2$

Velocidad $v = v_0 - gt = -14 - 9,8t$

d) La velocidad de llegada, se obtiene de: $v = -14 - 9,8(2) = -33,6\text{m/s}$

3. Un observador ve desde su ventana, un cuerpo caer con velocidad de 10 m/s. Otro observador, situado a 75 m debajo del primero, observa el mismo objeto pasar en caída libre y alcanzar el suelo en 1.0 s, considerando la aceleración de la gravedad local igual a 10 m/s^2 , determine:

- La velocidad del móvil al pasar por el segundo observador
- El tiempo que le toma al cuerpo para ir de el primero al segundo observador.
- La altura relativa del segundo observador al suelo.

- d) La altura de caída del cuerpo relativa al suelo, desde el instante en que es abandonado.

Solución

- a) En el tramo entre el 1° y el 2° observador:

$$v_o = v_1 = 10 \text{ m/s}$$

$$v = v_2 = ?$$

$$h = \Delta h_2 = 75 \text{ m}$$

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$

Sustituyendo estos datos en:

$$v^2 = v_o^2 + 2gh$$

$$v_2 = 40 \text{ m/s}$$

- b) En el tramo entre el 1° y el 2° observador:

$$v_o = v_1 = 10 \text{ m/s}$$

$$t = t_2 = ?$$

$$v = v_2 = 40 \text{ m/s}$$

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$

Sustituyendo:

$$t_2 = 3.0 \text{ s}$$

- c) En el tramo entre el 2° observador:

$$h = \Delta h_3 = ?$$

$$v_o = v_2 = 40 \text{ m/s}$$

$$\text{Sustituyendo} \Rightarrow \Delta h_3 = 45 \text{ m}$$

- d) La caída es de una altura total de : $\Delta h_1 + \Delta h_2 + \Delta h_3$

Desde el punto inicial hasta el punto en que se localiza el 1° observador, se tiene:

$$v_o = 0, v = v_1 = 10 \text{ m/s y } \Delta h_1 = ?$$

Sustituyendo en

$$v^2 = v_o^2 + 2gh \Rightarrow \Delta h_1 = 5.0 \text{ m}$$

Siendo $\Delta h_2 = 75 \text{ m}$ y $\Delta h_3 = 45 \text{ m}$, tenemos:

$$h = 125 \text{ m.}$$

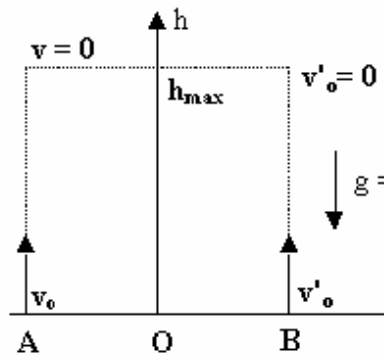
4. Dos esferitas son lanzadas verticalmente de abajo hacia arriba, a partir de la misma altura, con la misma velocidad inicial de 15 m/s, pero con intervalo de tiempo de 0.5 s entre los lanzamientos. Despreciando la resistencia del aire, realice en el mismo sistema de ejes, los gráficos de velocidad en función del tiempo para las dos esferitas. Indique en los ejes las unidades de medida.

Determine también el instante en que las alturas de las dos esferitas coinciden y justifique sus respuestas.

Solución

La altura máxima alcanzada es igual para las dos esferas, pues la resistencia del aire fue despreciada.

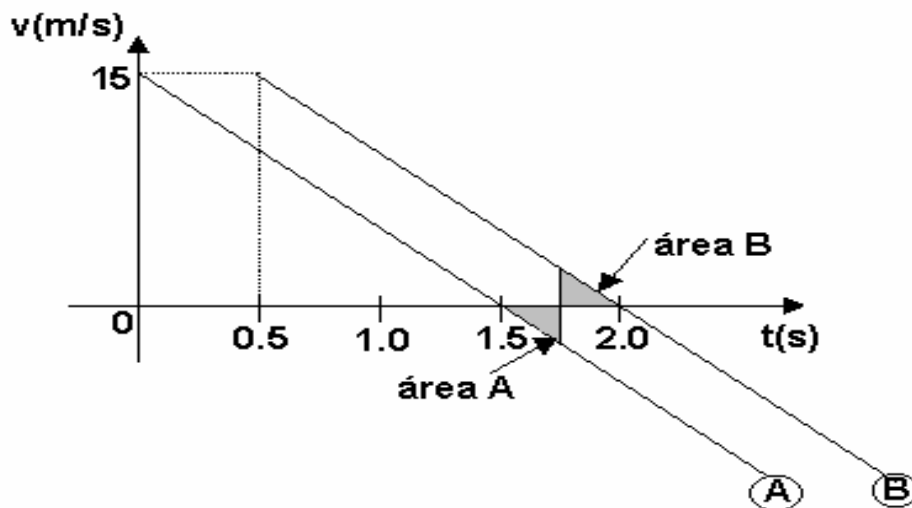
El tiempo de ascenso de la esfera A es:



$$t_a = -\frac{v_0}{g} = -1.5 \text{ s}$$

$$\text{Como } t'_a = t_a + t'_0 \Rightarrow t'_a = 2.0 \text{ s}$$

Las esferas A y B tendrán la misma altura, en el instante en que la primera estuviera en caída y la segunda estuviera ascendiendo, cuando el tiempo transcurrido para A fuera t , para la esfera B será $(t - 0.5)$, pues hay un desfase de 0.5 s entre ambas.



Las observaciones correspondientes serán:

$$A \Rightarrow h_A = 15t + \frac{-10}{2}t^2$$

$$B \Rightarrow h_B = 15(t-0.5) + \frac{-10}{2}(t-0.5)^2$$

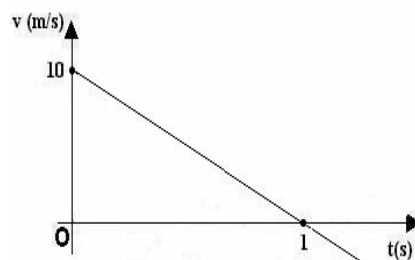
$$\text{Igualando } h_A = h_B \Rightarrow t = 1.75 \text{ s}$$

Podemos llegar a la observación de $t = 1.75 \text{ s}$ a través de la observación del gráfico anterior.

- 1) La área A representa la altura de caída de la esfera A.
- 2) La área B representa la altura que le falta a la esfera B para alcanzar la altura máxima.

Para que el área A sea igual al área B, el instante t deberá ser el punto medio entre 1.5s y 2.0s. Así las esferas A y B estarán en la misma altura en el instante $t = 1.75 \text{ s}$.

5. La figura representa la velocidad en función del tiempo, de un cuerpo que fue lanzado de abajo para arriba ($t = 0$ representa el instante del lanzamiento).
¿Cual es la mayor altura que él alcanza en relación al punto de lanzamiento?.
Justifique su respuesta.



Solución

Calculemos el tiempo que toma el alcanzar su máxima altura ($v_f = 0$):

$$v_f = v_o - gt$$

$$0 = 10 - 10t \Rightarrow t = 1 \text{ s}$$

con $t=1$ calculamos la altura correspondiente:

$$h = 10(1) - 5 = 5 \text{ m.}$$

6. Un proyectil es lanzado desde el suelo, en dirección vertical , con una velocidad inicial de 400 m/s. Considerando la aceleración de la gravedad igual a 10 m/s^2 y despreciando la resistencia del aire, determine:

- a) La altura máxima alcanzada.
- b) El tiempo empleado por el proyectil hasta regresar a la posición inicial.
- c) La altura, desde el suelo, en que ocurre el encuentro con un segundo proyectil, soltado en el instante del lanzamiento del primer proyectil y desde el punto de altura máxima por este alcanzado

Solución

- a) Hallando el tiempo empleado en alcanzar la altura máxima:

$$v_f = v_o - gt \Rightarrow t = 40s$$

Entonces $h_{\max} = 400(t) - 5(t^2) = 8000 \text{ m}$
- b) Para subir emplea 40s y despreciando la resistencia del aire, se cumple:

$$t_{\text{salida}} = t_{\text{bajada}} \Rightarrow t_{\text{total}} = 80s.$$
- c) Para el proyectil (1):

$$v_{f1} = 400 - 10t$$

Para el proyectil (2):

$$v_{f2} = -10t$$

Pero $v_{f1} = v_{f2} \Rightarrow t = 20 \text{ s}$

Ahora:

$$h = 400(20) - 5(20)^2 = 6000 \text{ m, que es la altura del punto de encuentro.}$$

7. Un cuerpo abandonado cae, en caída libre, de una altura de 125 m del suelo, en un local donde la aceleración de la gravedad es 10 m/s^2 . Determine:

- a) El tiempo de recorrido.
- b) La velocidad con que llega al suelo
- c) La altura del punto donde el cuerpo pasa con velocidad igual a la quinta parte de la velocidad máxima.

Solución

$h = 125 \text{ m}$

- a) $\Rightarrow 125 = 5t^2 \Rightarrow t = 5s$
- b) La velocidad con que llega al suelo es:

$$v_f = v_o + gt = 50 \text{ m/s}$$
- c) La $v_{\max} = 50 \text{ m/s}$, entonces:

La altura para $v = 10 \text{ m/s}$:

$$v_f^2 = v_o^2 + 2gh \Rightarrow h = 5 \text{ m}$$

Es decir que el punto esta a 5 m de nuestro nivel de referencia, entonces la altura de este punto es 120 m.

8. Un cuerpo A es abandonado, en caída libre, de una altura de 120 m sobre el suelo. En el mismo instante se lanza un cuerpo B, de abajo para arriba, en la misma dirección, con velocidad V_{oB} . Demuestre que la aceleración de la gravedad local es de 10 m/s^2 y que los cuerpos chocan 3.0 s después de iniciado los movimientos. Determine:

- a) La velocidad V_{oB} .
- b) Las velocidades de los cuerpos A y B en el instante del choque.
- c) La altura donde ocurre el encuentro.

Solución

Tiempo de choque = 3 s.

$$\text{a) } h_A = 120 - \frac{1}{2}(10)3^2 = 75 \text{ m}$$

$$h_B = 75 \text{ m} = v_{oB}t - \frac{1}{2}(10)3 \Rightarrow v_{oB} = 40 \text{ m/s}$$

$$\text{b) } v_{fA} = -30 \text{ m}$$

$$v_{fB} = 10 \text{ m/s}$$

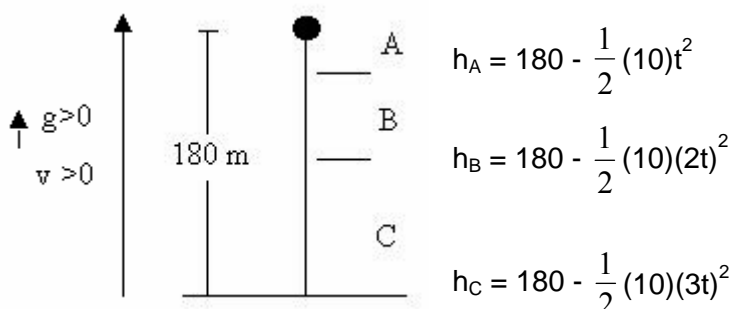
$$\text{c) } \text{a } 75 \text{ m del suelo}$$

9. A 180 m del suelo se abandona un cuerpo, en caída libre. La altura es dividida en tres trechos tales que los tiempos utilizados en los diversos trechos son iguales. Suponiendo la aceleración de la gravedad local igual a 10 m/s^2 . Determine:

- a) La altura de cada trecho
- b) La velocidad media en cada trecho.

Solución

a) Calcularemos las alturas correspondientes a cada tramo del movimiento:



$$h_A = 180 - \frac{1}{2} (10)t^2$$

$$h_B = 180 - \frac{1}{2} (10)(2t)^2$$

$$h_C = 180 - \frac{1}{2} (10)(3t)^2$$

Pero $h_C = 0$ (al nivel del suelo), luego $t = 2$ s.

$$\therefore h_A = 160 \text{ m y } h_B = 100 \text{ m}$$

Con lo que tenemos en el primer tramo una separación de 20 m, en el segundo tramo 60m y en el tercer tramo 100 m.

$$b) \quad v_{fA} = v_o - g(2) = -20 \text{ m/s} \quad \Rightarrow \quad v_{mA} = -10 \text{ m/s}$$

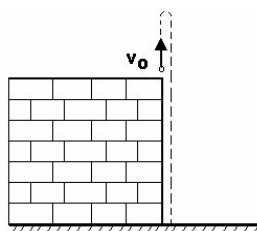
$$v_{fB} = -40 \text{ m/s} \quad \Rightarrow \quad v_{mB} = -30 \text{ m/s}$$

$$v_{fC} = -60 \text{ m/s} \quad \Rightarrow \quad v_{mC} = -50 \text{ m/s}$$

10. Del alto de un muro, de altura 40 m, se lanza una piedra, de abajo para arriba, con velocidad de 10 m/s. Sabiendo que la aceleración de la gravedad local es de 10 m/s^2

y suponiendo despreciable la resistencia del aire. Determine:

- El tiempo empleado por la piedra hasta alcanzar el suelo.
- La velocidad con que la piedra llega al suelo.
- La altura máxima alcanzada por la piedra con respecto al suelo.
- El gráfico de velocidad en función del tiempo, suponiendo un eje orientado de abajo para arriba.



Solución

$v_0 = 10 \text{ m/s}$ y considerando el nivel de referencia desde la posición inicial y con la coordenada positiva dirigida hacia abajo. la coordenada positiva dirigida hacia abajo.

a) $v_f = -v_0 + (10)t \Rightarrow t = 1 \text{ s}$ (con $v_f = 0$)

El cuerpo toma 2 segundos en pasar por la posición de lanzamiento (considerando la subida y la bajada), y desde aquí al suelo le toma:

$h = 40 = 10(t) + 5t^2 \Rightarrow t = 2 \text{ s}$

El tiempo total que toma hasta llegar al suelo es: $t = 4 \text{ s}$.

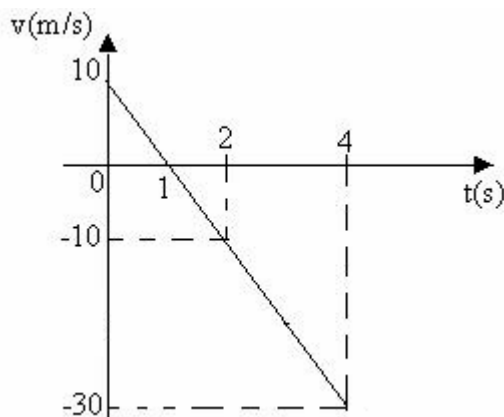
b) $v_f = v_0 + g(2) \Rightarrow v_f = 30 \text{ m/s}$

c) Se necesita calcular la altura que alcanza en el primer segundo de ser lanzado:

$h = -5 \text{ m}$.

\therefore Altura máxima es de 45 m. del suelo.

d)

**PROBLEMAS PROPUESTOS**

1. Un libro pesado y una hoja de papel se dejan caer simultáneamente desde una misma altura.

Si la caída fuera en el aire ¿Cuál llegaría primero al suelo?

¿Si la caída fuera en el vacío?

2. Dos cuerpos uno de los cuales es más pesado que el otro, descienden en caída en las proximidades de la superficie de la tierra. ¿Cuál es el valor de la aceleración de caída para el cuerpo más pesado y para el más ligero?
3. Cuando un cuerpo desciende en caída libre.
¿Qué sucede a la rapidez en cada segundo?
Y si el cuerpo fuera lanzado verticalmente hacia arriba?
4. El astronauta Scott, de la nave Apolo XV que llegó a la superficie de la luna, dejó caer desde una misma altura, una pluma y un martillo y al comprobar que los objetos llegaron juntos al suelo exclamó: “Vaya que Galileo tenía razón”.
¿Cómo explica el hecho que ambos objetos cayeran juntos?
5. Un diario de la época al comentar el hecho aseguraba:
“La experiencia del astronauta muestra la gran diferencia entre los valores de la aceleración gravitatoria en la tierra y en la luna”.
Haz una crítica a este comentario.
6. Un cuerpo que parte del reposo inicia un movimiento en caída libre. ¿Qué distancia habrá recorrido al cabo de 10s, cuál será su velocidad en ese instante?
7. Un astronauta en la luna, lanzó un objeto verticalmente hacia arriba, con una velocidad inicial de 16 m/s, para alcanzar el punto más alto de su trayectoria en 10 s.
¿Cuál es el valor de la aceleración de la gravedad en la luna?
¿Qué altura alcanzó el objeto?
Si el objeto hubiera sido lanzado verticalmente hacia arriba con la misma velocidad inicial pero en la tierra ¿Qué altura habría alcanzado?

3.9. MOVIMIENTO EN DOS DIMENSIONES O EN UN PLANO

Hay muchos casos importantes de movimientos dentro de un plano. Estudiaremos dos de ellos: el movimiento de proyectiles y el movimiento circular uniforme.

3.9.1. Movimiento de proyectiles

Se refiere al movimiento de un objeto que ha sido lanzado horizontalmente o en forma inclinada. La trayectoria que describe, es un movimiento curvilíneo que resulta de la combinación de dos movimientos: una horizontal uniforme y otra vertical uniformemente variado.

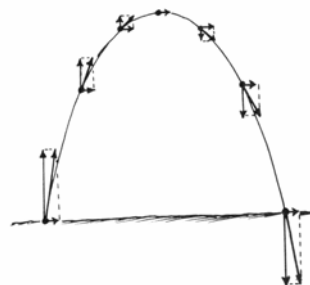
Ejemplo: Una pelota lanzada, un dardo que ha sido disparada, etc.

El movimiento de proyectiles podemos estudiarlos en dos perspectivas: Movimiento Horizontal y Movimiento Vertical.

Al lanzarse el objeto con una rapidez inicial v_0 formando un ángulo θ con la horizontal, la velocidad inicial tiene dos componentes:

Componente horizontal: $v_{0x} = v_0 \cos \theta$

Componente Vertical: $v_{0y} = v_0 \sin \theta$



Ángulos	15°	30°	37°	45°	53°	60°	90°
Senθ	0,2588	0,5	0,6018	0,7071	0,7986	0,8660	-1
Cosθ	0,9659	0,8660	0,7986	0,7071	0,6018	0,5	0

Movimiento Horizontal

Cuando se lanza un objeto con cierta inclinación, este adquiere una velocidad inicial horizontal. Después de ser arrojado, no existe aceleración en la dirección horizontal y por lo mismo el proyectil se desplaza en la dirección horizontal con una velocidad constante (MRU).

La posición del proyectil en la dirección horizontal en función del tiempo es: $x = x_0 + v_0 \cos \theta t$

Movimiento Vertical

Luego de lanzar el objeto, este tiene una aceleración hacia abajo debido a la gravedad.

La posición del proyectil en la dirección vertical en función del tiempo es: $y = y_0 + v_0 \sin \theta t - gt^2/2$

Combinando estas dos ecuaciones para la posición horizontal y vertical, se encuentra que la trayectoria descrita corresponde a una parábola.

PROBLEMAS RESUELTOS

1. Un avión vuela horizontalmente ($\theta=0$) a 500 m de altura con velocidad constante de 600 m/s y deja caer víveres. Se pide:
 - a. Escribir las ecuaciones de posición horizontal $x(t)$ y vertical $y(t)$
 - b. La velocidad vertical con que los víveres llegan a la tierra.
 - c. ¿Qué tiempo tarda en caer?
 - d. ¿La distancia recorrida por el avión desde que suelta los víveres hasta que esta llega a tierra?

Solución

a) Posición Horizontal : $x = x_0 + vt = 0 + 600t$
Posición Vertical : $y = y_0 + V_0 t - gt^2/2 = 500 + 0 - 4,9t^2$
 $= 500 - 4,9 t^2$

b) Velocidad vertical final de caída

$$V_f^2 = V_i^2 - 2g(y-y_0) = 0 - 2 \times 9,8 \times (0-500) = 9800$$

Resultando $v_{f,y} = 98,99 \text{ m/s}$

c) Decimos que llega al piso cuando $y=0$

$$y = 500 + 0 - 4,9t^2 = 0, \text{ resultando } t = 10,1 \text{ s}$$

2. Jesús es futbolista, pateo la pelota con una velocidad inicial de 18 m/s con un ángulo de elevación de 15° . Se pide:

La ecuación de las posiciones horizontal $x(t)$ y vertical $y(t)$

¿Qué altura máxima alcanzó el balón?

¿Qué tiempo tarda la subida?

¿Qué tiempo demora el balón en todo el movimiento?

¿Qué alcance tuvo el balón?

Solución

Posición horizontal: $x = x_0 + vt = 0 + 18\cos(15^\circ)t = 17,38t$

Posición vertical : $y = y_0 + v_0\sin(15^\circ)t - gt^2/2$
 $= 0 + 18\sin(15^\circ)t - 4,9t^2 = 4,65t - 4,9t^2$

De la expresión para la velocidad : $v_y^2 = [v_0\sin(15^\circ)]^2 - 2g(y-y_0)$, tenemos: $0 = (4,65)^2 - 2 \times 9,8x(h-0)$, resultando: $h = 1,1m$

De la expresión para la velocidad: $v_y = v_0\sin(15^\circ) - gt = 4,65 - 9,8t = 0$. Resulta $t = 0,47s$.

Tiempo total de recorrido hasta que retorna al piso : $t_T = 2t = 2 \times 0,47 = 0,98s$

El alcance horizontal que tiene el balón es : $d = v_0\cos(15^\circ)t_T = 17,38 \times 0,98 = 17m$

3. Un proyectil fue lanzado con velocidad V_0 , formando un ángulo α con la horizontal. Suponiendo despreciable la resistencia del aire y sabiendo que la aceleración de la gravedad local vale g , determine:

- La altura máxima alcanzada
- El alcance horizontal
- El ángulo de lanzamiento para que el alcance sea máximo.

Solución

a) Una vertical, tenemos: $v_{oy} = v_o \cdot \sin \alpha$.

Un punto de altura máxima ($\Delta y = H$), la velocidad es: $v_y = 0$.

Substituyendo los valores de v_{oy} y v_y en la siguiente ecuación:

$$v_y^2 = v_{oy}^2 + 2gH \Rightarrow 0^2 = v_o^2 \cdot \sin^2 \alpha + 2(-g)H \Rightarrow 2gH = v_o^2 \cdot \sin^2 \alpha$$

$$H = \frac{v_o^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2g}.$$

b) En la horizontal, el movimiento es uniforme y $v_x = v_o \cdot \cos \alpha$

sustituyendo esos resultados en la ecuación horaria, vemos:

$$x = v_x \cdot t \quad x = v_o \cdot \cos \alpha \cdot t \quad (I).$$

Cuando regresa a la posición del lanzamiento, la velocidad del cuerpo:

$$v_y = -v_o \cdot \sin \alpha.$$

Substituyendo tenemos:

$$v_y = v_{oy} + gt$$

$$-v_o \cdot \sin \alpha = v_o \cdot \sin \alpha - gt$$

$$gt = 2v_o \cdot \sin \alpha$$

$$t = \frac{2v_o \cdot \sin \alpha}{g} \quad (II)$$

Sustituyendo (II) en (I), vemos:

$$x = v_o \cdot \cos \alpha \cdot \frac{2v_o \cdot \sin \alpha}{g}$$

$$x = \frac{v_o^2 \cdot 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{g}$$

Por trigonometría sabemos que:

$$2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \sin 2\alpha. \text{ Por tanto:}$$

$$x = \frac{v_o^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}$$

c) Para que x (alcance horizontal) sea máximo, $\sin \alpha$ deberá ser máximo, será igual a 1. Como $\sin 90^\circ = 1$, tenemos:

$$2\alpha = 90^\circ \quad \alpha = 45^\circ$$

Esto es, el alcance será máximo cuando el ángulo de lanzamiento sea igual a 45°

4. Una bomba es abandonada de un avión con velocidad de 720 Km/h, en vuelo horizontal a 1125 m de altura. Despreciando la resistencia del aire y suponiendo la aceleración de la gravedad igual a 10 m/s^2 , determine:
- El tiempo empleado por la bomba hasta alcanzar el suelo.
 - El alcance horizontal.

Solución

$$v_{\text{bomba}} = 720 \text{ km/h}$$

$$\text{a) } 0 = 1125 - \frac{1}{2}(10)t^2 \Rightarrow t = 15 \text{ s.}$$

$$\text{b) El alcance horizontal será:}$$

$$v_b \cdot 15 = 15.720 \text{ km/h} = 3 \times 10^3 \text{ m.}$$

5. Un cañón dispara un proyectil con velocidad de 100 m/s, según una inclinación de 30° con respecto a la horizontal. Despreciando la resistencia del aire y suponiendo la aceleración de la gravedad igual a 10 m/s^2 , determine:
- El tiempo empleado hasta que el proyectil vuelva a la misma horizontal de su lanzamiento.
 - La altura máxima alcanzada.
 - El alcance horizontal.
 - El instante en que el proyectil alcanza la altura de 80 m.
 - Las posiciones del proyectil en los instantes de ocurrido el ítem (d).

Solución

- a) La velocidad en la dirección vertical es:

$$v_{oy} = 50 \text{ m/s}$$

el tiempo que toma para alcanzar su máxima altura es cuando $v_f = 0$

$$\therefore v_{fy} = 50 - 10t \Rightarrow t = 5 \text{ s.}$$

Luego el tiempo usado es : 10 segundos.

- b) La altura máxima es alcanzada en $t = 5\text{s}$:

$$h_{\text{max}} = 50(5) - 5(5)^2 = 125 \text{ m.}$$

- c) La velocidad horizontal es:

$$v_x = 100\cos 30 = 50\sqrt{3} \text{ m/s}$$

Entonces el alcance horizontal es:

$$V_x(10) = 500\sqrt{3} \text{ m.}$$

$$d) 80 = 50t - \frac{1}{2}(10)t^2 \Rightarrow t = 8 \text{ s y } t = 2 \text{ s.}$$

e) Las posiciones son:

$$t = 2 \text{ s} \Rightarrow (100\sqrt{3}; 80\text{m}) = P$$

$$t = 8 \text{ s} \Rightarrow (400\sqrt{3}; 80\text{m}) = Q$$

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Un avión vuela a 1200 m de altura con una velocidad de 180 km/h.

¿Cuánto tiempo antes de estar sobre el blanco deberá soltar la bomba?

¿A qué distancia del blanco deberá estar?

¿Con qué velocidad llegará la bomba al suelo?

2. Una piedra lanzada desde lo alto de un acantilado con una velocidad inicial de 20 m/s dirigida horizontalmente. Si la altura del acantilado es h: 130 m.

¿Cuánto tiempo tardará en caer?

¿Con qué velocidad y a qué distancia horizontal caerá?

3. Un proyectil es lanzado con una velocidad de 60 m/s y un ángulo a tiro de 60°. Calcular.

Su altura al cabo de 3s

Su tiempo de vuelo

Su alcance

Su altura máxima

4. Un cañón tiene un ángulo de elevación de 30° dispara un proyectil, con una velocidad de 50 m/s.

¿Cuál es el alcance máximo?

¿Cuál es la altura mínima?

¿Qué tiempo demorará el movimiento?

¿Con qué velocidad llega al piso?

5. Un cañón y un tanque se encuentran en una planicie. El cañón tiene inclinación fija de 37° con la horizontal ($\sin 37^\circ = 0.60$ y $\cos 37^\circ = 0.80$). Asumiendo despreciable la resistencia del aire, la aceleración de la gravedad local de 10 m/s^2 y la velocidad de lanzamiento del proyectil de 100 m/s , determine:
- a) Las intensidades de las componentes de la velocidad inicial, en la horizontal y en la vertical, v_x y v_y .
 - b) El tiempo empleado por el proyectil hasta alcanzar la altura máxima.
 - c) El tiempo empleado por el proyectil hasta alcanzar el suelo.
 - d) El alcance horizontal del proyectil.
6. En el problema anterior, determine la distancia, en el instante del disparo, entre el cañón y el tanque, si el proyectil alcanza el tanque cuando este se mueve con velocidad de 36 km/h :
- a) Alejándose del cañón
 - b) Aproximándose al cañón

3.10. MOVIMIENTO CIRCULAR

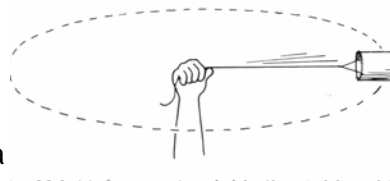
Es el movimiento que recorre un móvil y cuya trayectoria corresponde a una circunferencia.

Ejemplo: La trayectoria descrita por una piedra que gira atada al extremo de una cuerda como el de la figura.

MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME (M.C.U.)

Es aquel movimiento que tiene la trayectoria circular y recorre longitudes iguales en tiempo iguales. En el movimiento circular uniforme, la rapidez (magnitud de la velocidad) no cambia, pero la dirección de la velocidad cambia permanentemente por influencia de la aceleración centrípeta.

La velocidad es un vector tangente a la trayectoria y, por tanto perpendicular al radio.



ELEMENTOS DEL M.C.U.

1. **Longitud Recorrida.** Es la longitud de arco de circunferencia recorrido por un cuerpo con movimiento circular.
2. **Desplazamiento Angular.** Es el ángulo que se describe el vector posición durante el movimiento. Se expresa en radianes.
3. **Período (T).** Es el tiempo que demora un cuerpo con movimiento circular para dar una vuelta completa.
4. **Frecuencia (f).** Es el número de vueltas dado por un cuerpo con movimiento circular en cada unidad de tiempo. (Es la inversa al período, $f=1/T$).
5. **Velocidad Lineal o Tangencial (V_t).** Es el vector velocidad del móvil y que tiene la dirección tangente a la circunferencia.
6. **Velocidad Angular (W).** Es aquella cantidad escalar que nos indica el ángulo que recorre un cuerpo en cada unidad de tiempo.
7. **Revolución.** Es una vuelta completa que da el móvil.

3.10.1. Expresiones del Movimiento Circular Uniforme

Velocidad Angular (w) = $2\pi/T = 2\pi f$. Unidades: $[w]=\text{rad/s}$

Velocidad Lineal (v) = wR

3.10.2. Aceleración Centrípeta

Es la cantidad vectorial que representa el cambio de dirección de la velocidad; su dirección es la del radio y su sentido hacia el centro de giro.

Por definición la aceleración es una magnitud que representa el cambio de la velocidad; en el caso de la aceleración centrípeta, solo cambia la dirección, más no la magnitud. Por este motivo este movimiento sigue siendo uniforme (MCU) a pesar que interviene la aceleración centrípeta.

La aceleración centrípeta se calcula por la expresión.

$$a_c = v^2/R = w^2R$$

PROBLEMA RESUELTO

Una partícula con movimiento circular uniforme, describe un ángulo de $\phi=3,2$ radianes en 2 segundos, si el radio de la circunferencia descrita es de 0,3m. Se pide:

- a) La velocidad angular
- b) La velocidad lineal
- c) El período
- d) La frecuencia
- e) La aceleración centrípeta

Solución

a) Velocidad angular. $w = \Delta\phi/\Delta t = 3,2/2 = 1,6 \text{ rad/s}$

b) La velocidad lineal. $v = wR = 1,6 \text{ rad/s} \times 0,3 \text{ m} = 0,48 \text{ m/s}$

c) Período. $w = 2\pi/T$, luego $T = 2\pi/w = 2\pi/1,6 = 3,9 \text{ s}$

d) Frecuencia. $f = 1/T = 1/3,9 = 0,96/\text{s} = 1,96 \text{ Hz}$

e) Aceleración centrípeta.

$$a_c = w^2 R = (1,6 \text{ rad/s})^2 \times 0,3 \text{ m} = 0,77 \text{ m/s}^2$$

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Halla la velocidad angular en rad/s de la aguja horaria y del minutero de tu reloj.
2. Calcula el período y la frecuencia de los movimientos de rotación de las manecillas principales de un reloj (manecillas de hora, minutos y segundos).

3. Un disco gira con la frecuencia de 3600/s. Calcula:

- a) Su período en segundos
- b) Su frecuencia en RPS

4. Un punto material describe una circunferencia de radio igual a 30 cm y da cuatro vueltas en 20 seg. Calcular:

- a) El período y la frecuencia
- b) La velocidad angular y la lineal

5. Un punto material con M.C.U. efectúa 30 rev/s, el radio de la circunferencia es 0,08 m

Calcular:

- a) El período y la frecuencia
- b) La velocidad angular y la lineal
- c) La aceleración centrípeta.

IV. LEYES DE MOVIMIENTO

La descripción del movimiento que hemos realizado hasta el momento, se hizo prescindiendo de sus causas, vamos a estudiar las causas del movimiento, es decir, las fuerzas. Acostumbramos a decir que se necesita una fuerza para producir movimiento o un cambio en él. Eso es cierto pero un elemento fundamental de la descripción del movimiento, es como una fuerza se relaciona con el movimiento resultante.

Una aceleración es la evidencia de la acción que llamamos fuerza.

Uno de los muchos logros del gran científico Isaac Newton fue resumir las relaciones entre fuerza y movimiento en tres enunciados generales que se conocen con el nombre de las Leyes del Movimiento.

4.1. PRIMERA LEY DEL MOVIMIENTO DE NEWTON : LEY DE LA INERCIA

“Un objeto permanece en reposo o en movimiento con velocidad constante a menos que sobre él actúe una fuerza no equilibrada”.



¿Puede moverse la roca sola?

Ejemplo: Cuando un vehículo que se mueve a gran velocidad, se detiene bruscamente, y cesa por tanto la acción impulsora que ejerce sobre los pasajeros, éstos se sienten lanzados hacia delante a causa de su propia inercia.

Esta experiencia nos permite afirmar que toda partícula libre se encuentra en reposo o en movimiento rectilíneo uniforme.

4.2. SEGUNDA LEY DE MOVIMIENTO DE NEWTON. CAUSA Y EFECTO

“La fuerza que actúa sobre un cuerpo, le produce aceleración, y es igual al producto de la masa del cuerpo por aceleración que le imprime”. La Segunda Ley del Movimiento de Newton se expresa comúnmente en forma de ecuación como sigue:

$$\mathbf{F = m a}$$

Fuerza = masa por aceleración

Donde la masa m representa la respuesta del cuerpo (Inercia) ante la acción de la fuerza F . Un sistema puede contener más de un objeto, y m es la masa total del sistema en movimiento. Conviene puntualizar que, si más de una fuerza está actuando sobre un objeto o sistema, entonces F es la fuerza neta o no equilibrada resultante.

$$\Sigma \mathbf{F = m a}$$

Unidades en el S.I. $[F] = \text{Kg m/s}^2 = \text{Newton (N)}$

El Newton: es la fuerza que produce una aceleración de 1 m/s^2 cuando actúa sobre una masa de 1 Kg

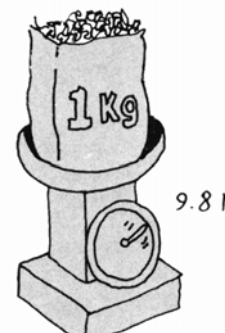
4.3. DIFERENCIA ENTRE MASA Y PESO

La masa (m) de un cuerpo es una cantidad escalar que representa a la inercia del cuerpo al aplicársele una Fuerza

El Peso (P) de un cuerpo es una cantidad vectorial y es la fuerza gravitacional con que la tierra lo atrae

La fórmula del peso es:

$$W = m g$$



Donde g es la aceleración de la gravedad y cerca de la superficie tiene un valor relativo medio constante de $9,8 \text{ m/s}^2$

EJEMPLO No1

Se tiene una masa de $0,5\text{kg}$ en reposo y se desea ponerla en movimiento. Se pide:

La fuerza necesaria para que adquiriera una aceleración de $0,3 \text{ m/s}^2$

Si se le aplica una fuerza vertical hacia arriba de 10N , ¿cuál será su aceleración?

Solución

Fuerza. $F = ma = 0,5 \times 0,3 = 0,15\text{N}$

$\Sigma F = F - mg = ma$, reemplazando datos: $10 - 0,5 \times 9,8 = 0,5 \times a$, resultando

$$a = 10,2 \text{ m/s}^2$$

EJEMPLO No 2

Una fuerza de 75 N actúa sobre un cuerpo que le imprime una aceleración de 5 m/s^2 . Calcular el valor de la masa en los siguientes casos:

si la fuerza es horizontal

si la fuerza es vertical hacia arriba

Solución

Fuerza horizontal. $F = ma$, reemplazando datos: $75 = m(5)$, resultando:

$$m = 15\text{kg}$$

Fuerza vertical hacia arriba. $\Sigma F = F - mg = ma$, reemplazando datos:

$75 - m(9,8) = m(5)$, resolviendo, se obtiene:

$$m = 5,06\text{kg}$$

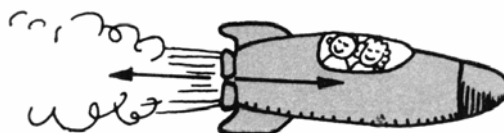
4.4. TERCERA LEY DEL MOVIMIENTO DE NEWTON: ACCION Y REACCION

“Para cada fuerza actuante sobre un cuerpo (acción), siempre existe otra fuerza actuante sobre un segundo cuerpo (reacción) de igual magnitud y sentido opuesto”. Esto indica:

$$F_{\text{acción}} = - F_{\text{reacción}}$$

Donde el signo negativo indica la dirección opuesta.

Ejemplo: La fuerza que se ejerce para iniciar el movimiento de un cohete es la fuerza de reacción proveniente de los gases al ser expulsados.

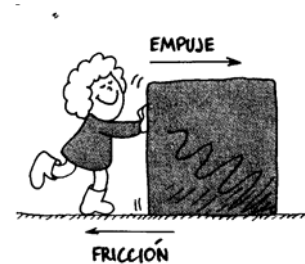


4.5. FUERZA DE ROZAMIENTO

Hasta este momento hemos estudiado un movimiento prescindiendo casi por completo de la fricción, habiendo asumido por razones de comodidad superficies ideales sin fricción, sin embargo, no existe ninguna superficie perfectamente lisa.

Fuerza de Rozamiento

Es aquella fuerza que surge entre dos superficies cuando una trata de desplazarse con respecto a la otra. Esta fuerza siempre se opone al deslizamiento. La fuerza de rozamiento se presenta de diferentes formas:



Rozamiento entre Superficies

Rozamiento en fluidos

Nos limitaremos a estudiar solamente el rozamiento entre superficies.

El rozamiento entre superficies se clasifica en:

Rozamiento Estático

Rozamiento Cinético

ROZAMIENTO ESTATICO

Es el que se presenta entre superficies que se encuentran en reposo.

El valor de la fuerza de rozamiento estática varía desde 0 hasta un valor máximo.

Este valor máximo de la fuerza de rozamiento estático equivale a la fuerza mínima necesaria para iniciar el movimiento, el cual puede calcularse mediante la siguiente fórmula:

$$f_s \leq \mu_s N$$

Siendo : f_s = fuerza de Rozamiento Estático

μ_s = Coeficiente Rozamiento Estático

N = Reacción Normal

¡ CUIDADO.....! No confundir la letra **N** de Reacción Normal con la letra **N** de la unidad de fuerza Newton.

ROZAMIENTO CINETICO

Es aquella que se presenta cuando hay deslizamiento entre dos superficies.

Cuando el cuerpo pasa del movimiento inminente al movimiento propiamente dicho, el valor de la fuerza de rozamiento disminuye y permanece constante.

$$f_k = \mu_k N$$

Siendo : f_k = fuerza de rozamiento cinético

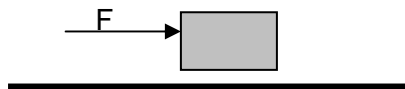
μ_k = Coeficiente de rozamiento cinético

N = Reacción Normal

EJEMPLO No1

Una caja de cedro cuya masa es 20 kg descansa sobre una mesa también de cedro. $\mu_s=0,4$ y $\mu_k=0,3$. Se pide:

- La fuerza mínima que es preciso ejercer para ponerla en movimiento.
- Si se aplica una fuerza de 80N, qué aceleración tendrá
- La fuerza necesaria aplicar a la caja para que se mueva con aceleración de $0,5 \text{ m/s}^2$.



Solución

a. En este caso la fuerza normal es igual al peso del cuerpo.

$$N = W = mg = 20 \text{ Kg} \times 9,8 \text{ m/s}^2 = 196\text{N}$$

$$\text{Fuerza mínima para iniciar el movimiento} = \mu_s N = 0,4 \times 196 = 78,4\text{N}$$

b. Debe cumplirse la segunda ley de Newton: $\Sigma F = F - f_k = ma$, reemplazando datos se obtiene:

$$80 - 0,3 \times 196 = 20(a), \text{ resultando:}$$

$a = 1,06 \text{ m/s}^2$
--

c. Debe cumplirse la segunda ley de Newton: $\Sigma F = F - f_k = ma$, reemplazando datos se obtiene:

$$F - 0,3 \times 196 = 20 \times 0,5 \quad \text{resultando:}$$

$F = 68,8\text{N}$

VENTAJAS DEL ROZAMIENTO

Gracias al razonamiento:

Podemos caminar o correr, impulsándonos con nuestros pies sin resbalar.

Las ruedas pueden rodar.

Podemos efectuar movimientos curvilíneos sobre la superficie.

Los clavos pueden quedar incrustados en las paredes.

DESVENTAJAS DEL ROZAMIENTO

Debido del rozamiento los cuerpos en roce se desgastan, motivo por el cual se utiliza los lubricantes.

Para vencer la fuerza del rozamiento hay que realizar trabajos, el cual se pierde parte en calor

COEFICIENTES DE FRICCIÓN O DE ROZAMIENTO

SUPERFICIES EN CONTACTO	μ_s	μ_k
Acero sobre Acero	0.74	0.74
Cobre sobre Acero	0.53	0.53
Vidrio sobre Vidrio	0.94	0.94
Teflón sobre Acero	0.04	0.04
Madera sobre Madera	0.50	0.50
Piedra sobre Piedra	0.70	0.70

FUERZA CENTRÍPETA

Es la fuerza perpendicular a la dirección de la velocidad y que produce el efecto de giro o curvatura en el movimiento de los cuerpos.

La fuerza centrípeta tiene la misma dirección y el mismo sentido que la aceleración centrípeta o sea apuntará hacia el centro de la curva.

La expresión para la fuerza Centrípeta es:

$$F_c = ma_c = mv^2/R$$

Siendo m la masa del cuerpo en movimiento la fuerza centrípeta hace que la velocidad del cuerpo cambie constantemente en dirección y produce la aceleración centrípeta.

Ejemplo: Cuando un automóvil da vuelta en una pista, la fuerza de fricción estática actúa como fuerza centrípeta.

4.6. PROBLEMAS

PROBLEMAS RESUELTOS

1. Un automóvil, de masa 900 Kg, va a describir una curva, cuyo radio es 30m, en una carretera plana y horizontal. Se pide:

La fuerza centrípeta necesaria para que consiga dar la curva a la velocidad de 10 m/s.

¿Si la fuerza de fricción estática máxima con la pista es de 4000N, cual será la velocidad máxima con la que puede girar sin resbalar?

Solución

Fuerza centrípeta. $F_c = mv^2/R = 900 \times (10)^2/30 = 3000\text{N}$

La fuerza de fricción es la fuerza centrípeta

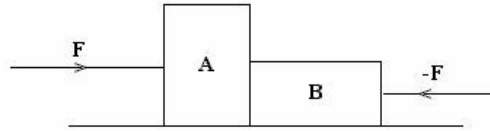
$f = mv^2/R$, resultando $v = (fR/m)^{1/2} = (4000 \times 30/900)^{1/2} =$

2. En una superficie horizontal, reposan los cuerpos A y B, cuyas masas son respectivamente iguales a 30 kg y 20 kg. En un instante dado, pasa a ejercer sobre ellos una fuerza \vec{F} de intensidad 200 N.

a) La aceleración del sistema

b) La fuerza que ejerce el cuerpo A sobre el cuerpo B

- c) La fuerza que el cuerpo B ejercería sobre el cuerpo A si la fuerza $-\vec{F}$ actuase sobre B en vez de \vec{F} .



Solución

- a) La aceleración del sistema es:

$$a_s = \frac{F}{m_a + m_b} \quad \text{entonces} \quad a_s = \frac{200}{30 + 20} \quad a_s = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

De la figura se observa que, R es la reacción que ejerce el cuerpo A sobre el cuerpo B. Además el cuerpo B se mueve con la aceleración del sistema entonces:

$$R = m_B a_s \quad R = 20 * 4\text{N} \quad R = 80\text{N}$$

La aceleración del sistema es:

$$a_s = \frac{F}{m_a + m_b} \quad \text{entonces} \quad a_s = \frac{200}{30 + 20} \quad a_s = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

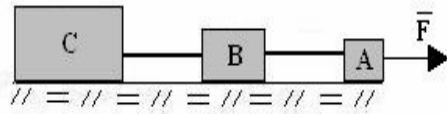
La fuerza que el cuerpo B ejerce sobre el cuerpo A es R

$$R = m_A a_s \quad R = 30 * 4\text{N} \quad R = 120\text{N}$$

3. Tres cuerpos A, B y C de masas 10 kg, 20 kg y 30 kg respectivamente, están ligados a través de cuerdas inextensibles, cuyas masas son despreciables.

Suponiendo el rozamiento despreciable y el modulo de la fuerza \vec{F} igual a 300 N. Determine:

- La aceleración del sistema
- Las tensiones en las cuerdas
- El modulo de la aceleración y el modulo de la fuerzas de tensión, si la fuerza $-\vec{F}$ actuase sobre el cuerpo C sustituyendo a la fuerza \vec{F} .

**Solución**

a) La aceleración del sistema es:

$$a_s = \frac{F}{m_A + m_B + m_C} \quad a_s = \frac{300}{10 + 20 + 30} \quad a_s = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Todos los cuerpos se mueven con la misma aceleración del sistema, de la figura se observa que la tensión el cuerpo C es:

$$T_{BC} = m_c a_s \quad T_{BC} = 30 * 5\text{N} \quad T_{BC} = 150\text{N}$$

Del cuerpo B se observa que:

$$T_{AB} - T_{BC} = m_B a_s \quad \text{entonces} \quad T_{AB} = 20 * 5 + 150 \quad T_{AB} = 250\text{N}$$

El modulo de la aceleración es:

$$a_s = \frac{F}{m_A + m_B + m_C} \quad a_s = \frac{300}{10 + 20 + 30} \quad a_s = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

De la figura se observa que la tensión T_3 del cuerpo A es:

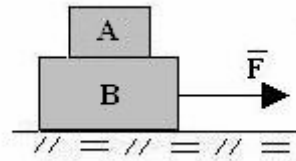
$$T_{BA} = m_A a_s \quad T_{BA} = 10 * 5\text{N} \quad T_{BA} = 50\text{N}$$

Del cuerpo B tenemos que:

$$T_{CB} - T_{BA} = m_B a_s \quad \text{entonces} \quad T_{CB} = 20 * 5 + 50 \quad T_{CB} = 150\text{N}$$

4. La figura muestra el cuerpo A, de masa 20 kg, que reposa sobre el cuerpo B, de masa 30 kg. El cuerpo B se apoya en una superficie horizontal cuyo coeficiente de rozamiento es 0.40. Suponiendo que: a) La aceleración de la gravedad local sea 10 m/s^2 , b) El cuerpo A permanece en reposo con respecto al cuerpo B; c) El modulo de la fuerza \vec{F} sea igual a 600 N. Determine:

- a) La fuerza de rozamiento
b) La aceleración del sistema



Solución

a) La fuerza de fricción se define como:

$$f_r = N\mu$$

De la figura se observa que la fuerza normal es:

$$N = (m_A + m_B)g \quad N = (20 + 30) \cdot 10 \text{ N} \quad N = 500 \text{ N}$$

Reemplazando en la fuerza de fricción tenemos que:

$$f_r = 500 \cdot 0.4 \text{ N} \quad f_r = 200 \text{ N}$$

La aceleración del sistema es:

$$F - f_r = (m_A + m_B)a_s \quad \text{entonces} \quad a_s = \frac{F - f_r}{m_A + m_B}$$

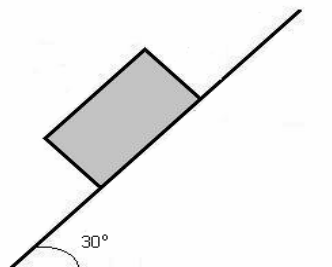
Reemplazando los valores numéricos tenemos:

$$a_s = \frac{600 - 200}{20 + 30} \quad a_s = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

5. Un bloque de peso 300 N es colocado sobre un plano liso, inclinado 30° en relación a la horizontal. Tome $g = 10 \text{ m/s}^2$ y determine la intensidad de la:

a) Fuerza resultante

b) Aceleración del bloque



Solución

a) De la figura se observa que en el eje Y no hay movimiento entonces:

$$N = mg \cos(30) .$$

En el eje X hay movimiento debido a una fuerza resultante en la dirección del Movimiento que es:

$$F_R = mg \sin(30) \quad F_R = 300 * 0,5N \quad F_R = 150N$$

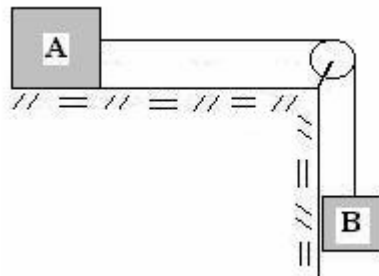
La aceleración del sistema es:

$$F_R = mg \sin(30) = m a_s \quad \text{entonces} \quad a_s = g \sin(30)$$

$$\text{Luego} \quad a_s = 10 * 0,5 \quad a_s = 5 \frac{m}{s^2} .$$

6. Los bloques A y B de la figura tienen masas 70 kg y 30 kg respectivamente. Los rozamientos y las masas de la cuerda se consideran despreciables. Suponiendo que $g = 10 \text{ m/s}^2$. Determine :

- La aceleración del bloque B
- La intensidad de la fuerza de tensión



Solución

- Ambos cuerpos (A, B) tienen la misma aceleración. De la figura se observa que en el cuerpo B se tiene:

$$m_B - T = m_B a \quad (1)$$

Del cuerpo A se tiene que:

$$T = m_A a \quad (2)$$

Remplazando (2) en (1) y despejando "a" tenemos:

$$a = \left(\frac{m_B}{m_A + m_B} \right) g, \quad a = \left(\frac{30}{70 + 30} \right) * 10, \quad a = 3 \frac{m}{s^2}$$

La tensión de la cuerda es:

$$T = m_A a \quad T = 70 * 30N \quad T = 210N .$$

7. Un bloque de masa 10 kg es levantado verticalmente por intermedio de una cuerda, con aceleración de 2 m/s^2 . ¿Cuál es el módulo de la fuerza que la cuerda ejerce sobre el bloque?. Dado $g = 10 \text{ m/s}^2$.

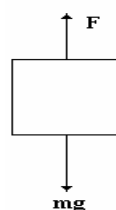
Solución

De la figura se observa que la fuerza (F) ejercida por la cuerda es:

$$F - mg = ma \quad F = (a + g)m$$

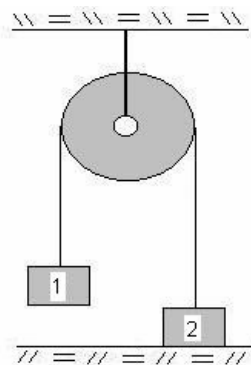
entonces

$$F = (10+2)*10N \quad F = 120N.$$



8. En la figura vemos los cuerpos 1 y 2, de masas $m_1 = 2.0 \text{ kg}$ y $m_2 = 4.0 \text{ kg}$ respectivamente, ligados por una cuerda que pasa por una polea. El bloque 2 está apoyado en el suelo. Suponiéndose la inexistencia de rozamientos y de otras masas, se pregunta cuales son los módulos de las siguientes fuerzas ($g = 10 \text{ m/s}^2$):

- Fuerza de tensión en la cuerda f
- Fuerza ejercida por el suelo sobre el bloque 2.



Solución

- De la figura se observa que en el cuerpo 1.

$$T = m_1 g \quad T = 2 * 10N \quad T = 20N$$

En el cuerpo 2 tenemos:

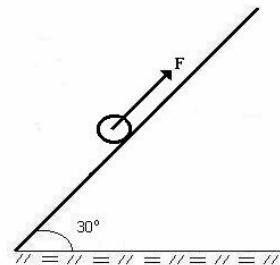
$$T + R = m_2 g \quad R = m_2 g - T$$

evaluando tenemos

$$R = 4 * 10 - 20 \quad R = 20N.$$

9. La figura representa un cuerpo de masa igual a 60 kg sobre un plano inclinado de 30° en relación a la horizontal. Considere ($g = 10 \text{ m/s}^2$) y desprecie el rozamiento. Cuál es la fuerza necesaria para que:

- a) El cuerpo suba el plano con aceleración de 0.8 m/s^2
- b) El cuerpo se mueva con velocidad constante



Solución

a) De la figura se observa que la fuerza (F) necesaria es:

$$F - mg \sin(30) = ma \quad F = ma + mg \sin(30)$$

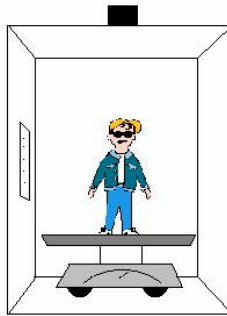
evaluando

$$F = 60 * 0,8 + 60 * 10 * 0,5 \quad F = 348N.$$

cuando el cuerpo se mueve con velocidad constante, no hay aceleración por tanto la fuerza necesaria es:

$$F = mg \sin(30) \quad F = 60 * 10 * 0,5 \quad F = 300N.$$

10. Admita que su masa sea de 60 kg y que se encuentra sobre una balanza, la cual se encuentra dentro de un elevador, como se ilustra en la figura. Siendo $g = 10 \text{ m/s}^2$ y estando la balanza calibrada en newtons. ¿Cuanto indica la balanza, cuando el elevador desciende con aceleración constante de 3 m/s^2 ?



Solución

De la figura se observa que la fuerza que el hombre sobre la balance es R donde:

$$R - mg = -ma \quad R = (g - a)m$$

evaluando tenemos:

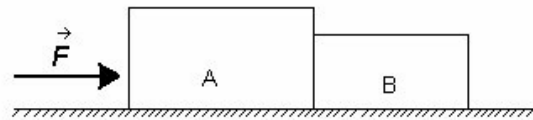
$$R = (10 - 3) \cdot 60\text{N} \quad R = 420\text{N}.$$

PROBLEMAS PROPUESTOS

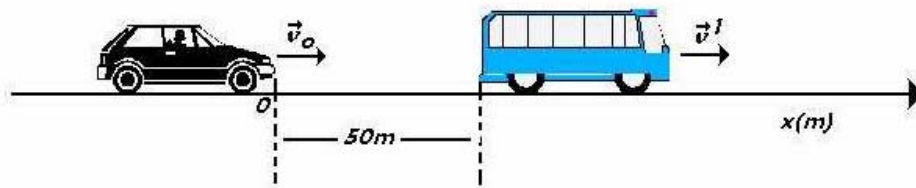
1. Un bloque de 130 Newton es jalado con una fuerza de 70 N. Si el cuerpo está a punto de moverse, calcule el coeficiente de fricción estático.
2. Determinar la fuerza que es necesaria para mover un bloque de madera de masa 30 Kg y tiene coeficiente de fricción estático 0,3.
3. Un bloque cúbico tiene una masa de 12 Kg si se le aplica una fuerza de 85 N y $\mu_k = 0,2$. Calcular la aceleración del bloque.
4. Un resorte horizontal se estira 0,096 m, con respecto a su longitud natural cuando alza sobre él una fuerza de 4,34 N. Hallar la constante de la fuerza del resorte.
5. Un móvil de masa 700 kg, va a entrar en una curva cuya radio es 20 m, en una carretera, plana y horizontal, si la velocidad del móvil es 8 m/s^2 . ¿Cuál es el

valor de la fuerza centrípeta que deberá actuar sobre él para que consiga entrar en la curva?

6. Una fuerza \vec{F} de intensidad 50 N es aplicada horizontalmente sobre un bloque A de masa 3 kg el cual a su vez, empuja un bloque B de masa 2 kg, conforme la figura. Si los bloques están sobre un plano horizontal sin rozamiento, ¿Cuál es la fuerza que un bloque ejerce sobre el otro?



7. En un piso horizontal se apoya un bloque de masa $m = 6.0$ kg. Aplicándole una fuerza horizontal e invariable $F_0 = 12$ N, el bloque realiza movimiento recto y uniforme. (Tomar $g = 10$ m/s²). Se eleva la fuerza aplicada a $F = 30$ N, siempre en la misma dirección. Determine:
- El valor del coeficiente de fricción
 - La aceleración
8. Un automovilista esta circulando en una calle horizontal, con neblina densa, a 120 km/h, cuando ve a su delante un camión que se dirige en el mismo sentido, a 36 km/h. Percibe inmediatamente que debería haber obedecido la señalización y las recomendaciones de tránsito , pues en la calle están realizando obras y el camino esta congestionado. Frena su carro hasta detener las ruedas, pero el pavimento esta húmedo y el coeficiente de rozamiento es apenas $\mu = 0.1$. Cuando las ruedas son trabadas, la velocidad del carro es de 108 km/h y la distancia de él al camión es de apenas 50 metros:
- ¿Es posible evitar el choque? ¿Por qué?
 - En caso negativo, ¿cuál es la velocidad del carro en el instante del choque?

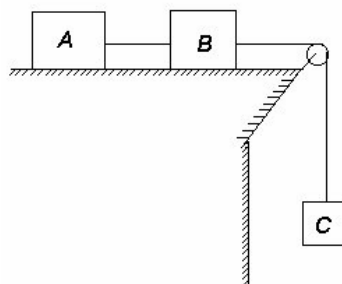


9. Deseando determinar el coeficiente de rozamiento entre la superficie de una mesa y el libro, un estudiante lanza el libro, horizontalmente, sobre la mesa con velocidad, de 3.0 m/s y observa que el mismo se detiene después de desplazarse 1.0 m . Sabiéndose que la aceleración de la gravedad local es de 10 m/s^2 , ¿Cuál es el coeficiente de rozamiento?

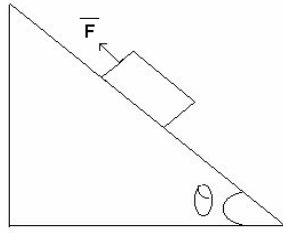
10. Tres cuerpos A, B y C están ligados por cuerdas inextensibles y de peso despreciable. Las masas de los cuerpos, son respectivamente, 20 kg , 30 kg y

50 kg y $g = 10 \text{ m/s}^2$. Suponiendo que no existen rozamientos y despreciando la masa de la polea. Determine:

- La aceleración del sistema.
- La tensión en la cuerda que une el cuerpo B y C
- La tensión en la cuerda que une el cuerpo A y B
- La fuerza resultante sobre el cuerpo B.



11. Sobre un plano inclinado de θ , con respecto a la horizontal, reposa un cuerpo de masa 20 kg . La aceleración de la gravedad local es $g = 10 \text{ m/s}^2$ y el coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y la superficie $\mu = 0.40$. Determine la aceleración del cuerpo si la intensidad de la fuerza \vec{F} es:

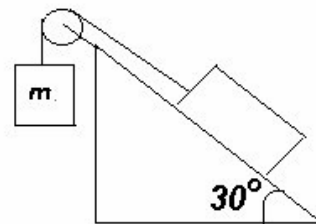


- a) $F = 56 \text{ N}$
- b) $F = 184 \text{ N}$
- c) $F = 100 \text{ N}$
- d) $F = 224 \text{ N}$

12. Un cuerpo de masa 80 kg se encuentra sobre un plano inclinado de 30° , como muestra la figura.

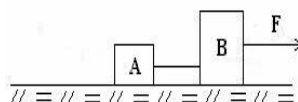
A través de una cuerda ideal se une con otro cuerpo de masa m . Suponiendo el rozamiento despreciable:

- a) ¿Cuál es la aceleración del sistema si la masa m vale 40 kg?
- b) ¿Cuál es la aceleración del cuerpo de masa m si $m = 120 \text{ kg}$?
- c) ¿Cuál es la aceleración del cuerpo de masa m si $m = 20 \text{ kg}$?



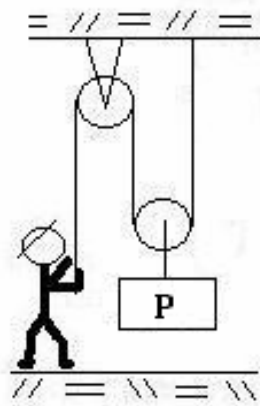
13. Los cuerpos A y B, de masas 2.0 y 3.0 respectivamente, están ligados a través de una cuerda inextensible cuya masa es despreciable. Si el rozamiento entre las superficies es también despreciable y la fuerza F tiene intensidad igual a 40 N. Determine las intensidades de la:

- a) La aceleración del sistema
- b) Fuerza de tracción en la cuerda que une los cuerpos
- c) La fuerza resultante que se ejerce sobre el cuerpo B



14. Considere el esquema representado en la figura. Las poleas y las cuerdas son ideales. El cuerpo suspendido de la polea móvil tiene peso igual a $P = 500 \text{ N}$.

- a) ¿Cuál es el módulo de la fuerza vertical (para abajo) que el hombre debe ejercer sobre la cuerda para equilibrar el sistema?
- b) Para cada metro de cuerda que el hombre jala, cuanto se eleva el cuerpo suspendido?

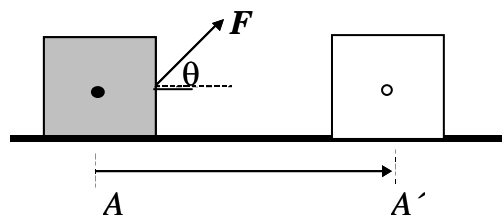


V. TRABAJO

Además del concepto de fuerza, existen otros conceptos fundamentales de la dinámica: *Trabajo, Potencia y Energía*.

El trabajo de una fuerza es el producto de la intensidad de la componente de la fuerza paralela al desplazamiento, por la distancia recorrida:

$$W = F \cdot d$$



Cuando la dirección de la fuerza forma un ángulo θ con la dirección del desplazamiento, como se aprecia en la figura, hay que multiplicar la componente de la fuerza F , esto es $F \cos \theta$, por el desplazamiento $AA' = d$

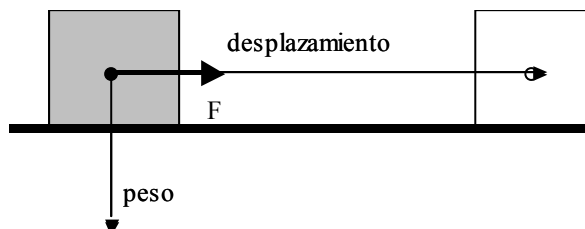
Luego:

$$W = F \cdot d \cdot \cos \theta$$

Si tenemos una fuerza F horizontal actuando sobre un cuerpo A que se desplaza sobre el plano, como se muestra en la figura, el trabajo realizado por la fuerza, al desplazar el cuerpo la distancia d , será:

$$W = Fd$$

Cuando la fuerza es perpendicular al desplazamiento, el trabajo es nulo, porque en este caso la componente de la fuerza en la dirección del movimiento es igual a cero.



El peso es perpendicular al desplazamiento, según se muestra en la figura, por lo que el trabajo realizado por el peso es cero.

5.1. UNIDADES DE TRABAJO

La unidad de trabajo es el joule (J), que es el trabajo efectuado por una fuerza de 1 newton de magnitud al mover su punto de aplicación la distancia de 1 metro en la dirección de su aplicación. Es decir:

$$1 \text{ joule} = 1 \text{ newton} \times 1 \text{ metro}$$

Nota:

El ergio y la dina son unidades que están en desuso.

5.2. TRABAJO MOTOR Y TRABAJO RESISTENTE

Si un cuerpo se mueve en el mismo sentido en que actúa la fuerza, el trabajo se denomina *motor*; pero si el cuerpo se mueve en sentido contrario a la fuerza, el trabajo se denomina *resistente*.

EJEMPLOS

- a) Si la fuerza que se aplica a un cuerpo es de 25 N y forma un ángulo de 45° con la horizontal, ¿cuál será el trabajo realizado por la fuerza al mover dicho cuerpo 12 m por una superficie rugosa de coeficiente cinético de rozamiento igual a 0,2?

Solución

El trabajo puede calcularse a partir de la fórmula:

$$W = F \cdot d \cdot \cos\theta$$

Reemplazando tenemos:

$$W = 25 \text{ N} \cdot (12 \text{ m}) \cos 45^\circ$$

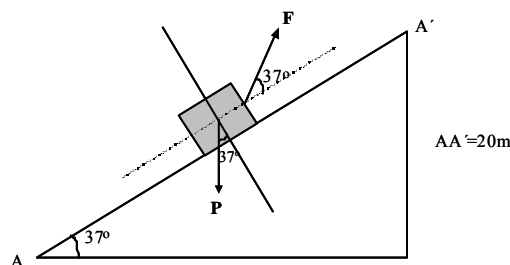
$$W = 213 \text{ N m}$$

$$W = 212,1 \text{ joule}$$

- b) Se quiere subir a un camión una caja de 40 N, para ello se usa un plano inclinado de 20 m de largo y cuyo ángulo de inclinación es de 37° y una fuerza de 50 N que forma un ángulo de 37° con la dirección de desplazamiento sobre el plano inclinado. Hallar el trabajo realizado por cada una de las fuerzas aplicadas a la caja. Hallar el trabajo total sobre la caja.

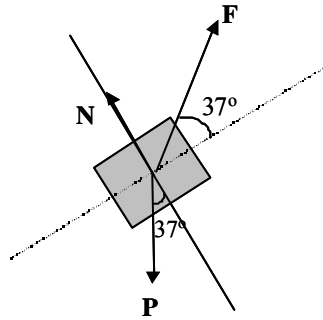
Solución

1. El diagrama de cuerpo libre (DCL) nos muestra: Eje X: $F \cos 37^\circ$; $P \cos 53^\circ$
Eje Y: N , $P \sin 53^\circ$; $F \sin 37^\circ$.



2. Las fuerzas en el eje vertical no realizan trabajo, porque no tienen componentes en la dirección de desplazamiento.

Para F : $W = 50 \times 20 \times \cos 37^\circ = 800 \text{ J}$.



3. Finalmente, el trabajo total se obtiene sumando los trabajos parciales: $W = 800 - 480 = 320 \text{ J}$.

5.3. POTENCIA

La potencia es el trabajo realizado por una fuerza en la unidad de tiempo, es decir:

$$P = W / t$$

donde.

W = trabajo realizado

t = tiempo transcurrido

La potencia es un concepto muy importante, pues en un motor lo que interesa no es tanto la cantidad total de trabajo que puede hacer hasta que se descomponga, sino la rapidez con que puede entregar el trabajo, o sea, el trabajo que puede hacer en cada unidad de tiempo: la *potencia*.

UNIDADES DE POTENCIA

En el sistema internacional. La unidad de potencia es el watt (W) y 1 watt representa la potencia de una máquina que realiza un trabajo de un joule en un segundo. Es decir:

$$1W = 1J/1s$$

EJEMPLOS

1. ¿Cuánto trabajo realiza una fuerza de 10 N que empuja un objeto una distancia de 10m en la misma dirección?

Solución

$$W = F \times d = 10 \times 10 = 100 \text{ N}$$

2. Cierta auto es capaz de aumentar su rapidez de 0 km/h a 100 km/h en 10s. Si se duplica la potencia del motor, ¿cuántos segundos tomará para efectuar este cambio de rapidez?

Solución

Si desarrolla el doble de potencia entonces desarrollará el doble de fuerza y por lo tanto el mismo cambio de velocidad lo hará en la mitad de tiempo

3. ¿Qué requiere más trabajo, levantar una masa de 10kg una altura de 2m o una masa de 5kg una altura de 4m?

Solución

El mismo trabajo, porque el trabajo requerido es el producto del peso por la altura.

4. ¿En qué condiciones el trabajo realizado por una fuerza es cero?

Solución

Cuando la fuerza es perpendicular al desplazamiento.

5.4. ENERGIA MECANICA

Es la capacidad que tiene un cuerpo para realizar un trabajo. Por consiguiente, la energía es igual al trabajo que puede realizar el cuerpo. Pero si sobre el cuerpo se realiza un trabajo, su energía aumenta en una cantidad igual al trabajo recibido.

Cambio de energía = Trabajo realizado

El concepto de energía es muy importante en Física. Muchos procesos que ocurren en la naturaleza son mediante los cambios de energía que se producen.

Conviene ahora distinguir dos clases de energía: *Energía cinética* y *Energía potencial*.

5.5. ENERGIA CINETICA

Es la aptitud que tiene un cuerpo para realizar un trabajo en virtud de su velocidad.

Luego, un cuerpo posee energía cinética cuando se encuentra en movimiento, como un automóvil en una carretera o una molécula en un gas.

La energía cinética está dada por la expresión:

$$E_c = 1/2 m v^2$$

donde:

m = masa

v = velocidad del cuerpo.

La energía se mide en las mismas unidades que el trabajo, porque es una magnitud del mismo tipo. Luego, se expresa en joules si la masa está en kg y la velocidad en m/s.

EJEMPLOS

1. Supón que un auto tiene una energía cinética de 2 000 J. ¿Cuál será el valor de su energía cinética si se duplica su velocidad?

Solución

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$

$$[E_k] = \text{kg} \cdot \left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2$$

$$= \left(\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) m$$

= newton. * m = joule

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2 = 200 \text{ J}$$

$$E_k' = \frac{1}{2} m (2v)^2 = 4 E_k$$

$$E_k' = 4(2000 \text{ J}) = 8000 \text{ J}$$

$$E_k' = 8000 \text{ J}$$

Existen diversas formas de energía potencial según la naturaleza de las fuerzas que actúan sobre los cuerpos. Así, la expresión anterior puede considerarse como la *energía gravitatoria* de un cuerpo. La *energía eléctrica* es simplemente la energía potencial que tiene su origen en las fuerzas eléctricas entre cuerpos cargados eléctricamente. La *energía química* es la energía potencial de las moléculas de un cuerpo debido a las fuerzas entre sus átomos. La *energía nuclear* es la energía producto de las fuerzas nucleares que actúan en los núcleos atómicos.

5.6. ENERGIA POTENCIAL

La energía potencial es la aptitud que tiene un cuerpo para realizar un trabajo en virtud de su posición o configuración, a causa de las fuerzas que actúan sobre él.

Por ejemplo, un cuerpo, a la altura h , como se muestra en la figura, tiene energía potencial porque puede realizar un trabajo al caer. El valor de su energía potencial es:

$$E_p = m g h$$

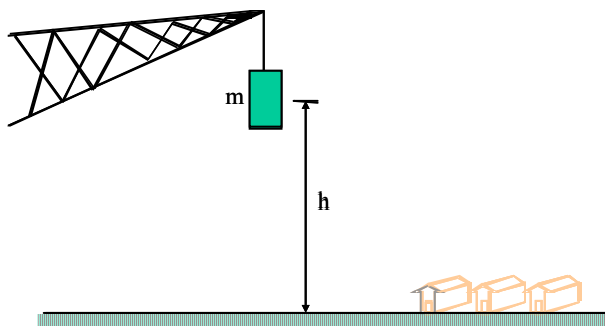
EJEMPLOS

1. ¿Cuál es el trabajo realizado por el peso al caer desde la altura h ? ¿Qué relación existe entre la expresión encontrada y la variación de la energía potencial?

Solución

El trabajo es igual a la fuerza por la distancia.

$$\text{Trabajo} = m g h$$



$$W = m g \cdot h$$

$$W = EP_1 - EP_2$$

Ya que $EP_1 = mgh$, y la $EP_2 = 0$ (suelo).

2. Una bala 200 g que se desplaza a 50 m/s impacta en un bloque de madera, se introduce y se detiene luego de penetrar cierta distancia. Si se sabe que la profundidad alcanzada fue de 4 cm, ¿cuál fue el trabajo realizado por las fuerzas de rozamiento para frenar la bala? ¿Cuál fue la fuerza de rozamiento promedio que actuó sobre la bala?

Solución

Cambio de energía cinética = trabajo realizado; entonces $W = 0,200/2 \times 50^2 = 250$ J

Por otro lado para hallar la fuerza f: $\frac{1}{2} \times 0,2 \times 50^2 - 0 = f \times 0,04 \Rightarrow f = 12\,500\text{N}$

3. Una bala de 5 kg abandona un cañón de 2m de largo con una velocidad de 800 m/s. ¿Cuál es la fuerza propulsora de los gases de la pólvora y la energía cinética de la bala en la embocadura del cañón?

Solución

$F = m \times a = 5 \times a$; pero $800^2 = 2a \times 2 = 4a$, entonces $a = 16\,0000 \text{ m/s}^2$.

Entonces $F = 800000 \text{ N}$. La energía cinética de salida será: $\frac{1}{2} \times 5 \times 640000 = 1\,600\,000 \text{ J}$

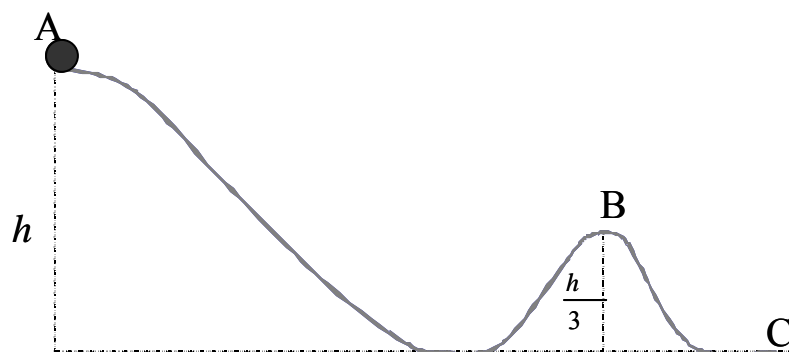
5.7. ENERGIA MECANICA TOTAL

Un cuerpo puede poseer, a la vez, energía cinética y energía potencial. Por ejemplo, un avión que se mueve a cierta altura posee energía cinética y energía potencial gravitatoria. La energía total es la suma de todas las formas de energía que posee un cuerpo.

En el caso de un cuerpo de masa m que se mueve con velocidad v a la altura h , como un avión, su energía total es:

$$E_T = E_k + E_p = \frac{1}{2}mv^2 + mgh$$

En el dibujo que se muestra a continuación, ¿cómo se transforma la energía cinética en energía potencia, y viceversa?



5.8. CONSERVACION DE LA ENERGIA MECANICA

En el universo, como consecuencia de los innumerables fenómenos que en él ocurren continuamente, se está produciendo sin cesar una transformación o un intercambio de energía entre los cuerpos.

Veamos algunos ejemplos:

En los molinos de viento, la energía cinética de las moléculas de aire se transforma en energía cinética de las aspas del molino; y esta, a su vez, en energía potencial del agua que el molino eleva.

En un cuerpo que cae hay transformación de energía potencial gravitatoria en energía cinética, porque pierde altura y gana velocidad.

En una represa, la energía potencial del agua, que se encuentra en un embalse a gran altura, se transforma en energía cinética al caer al fondo de la represa. En este proceso, gran parte de la energía cinética del agua se transforma en energía cinética de las turbinas que esta mueve.

Esta energía cinética, a su vez, se transforma en energía eléctrica en los generadores conectados a las turbinas.

La energía eléctrica se distribuye, mediante alambres conductores, a las ciudades vecinas. Durante este proceso de distribución, parte de la energía eléctrica se

transforma en energía calorífica que se manifiesta en el calentamiento de los alambres.

Ya en la ciudad, el resto de la energía eléctrica continúa transformándose en más energía calorífica: en planchas, cocinas eléctricas, etc.; en energía radiante: en las lámparas eléctricas y en los hornos microondas; en energía cinética: en los motores. Así podríamos seguir, indefinidamente, la historia y evolución de cada una de estas formas de energía a través del espacio y del tiempo.

Si en cualquier transformación de energía se miden las cantidades de energía de cada forma que intervienen en el proceso, se comprueba que siempre que desaparece cierta cantidad de energía de una forma determinada, aparece una cantidad equivalente de otra o de varias formas de energía.

Este resultado nos conduce a un enunciado muy importante:

5.9. PRINCIPIO DE CONSERVACION DE LA ENERGIA

La cantidad total de energía del Universo es constante; ni se crea ni se destruye, únicamente se transforma.

En el caso concreto de la energía mecánica, la ley de conservación se enuncia de la siguiente forma:

En ausencia de rozamiento, la suma de la energía cinética y energía potencial de un sistema se conserva.

Y, matemáticamente, se expresaría así:

$$E_{ki} + E_{pi} = E_{kf} + E_{pf}$$

5.10. TEOREMA TRABAJO-ENERGIA CINETICA

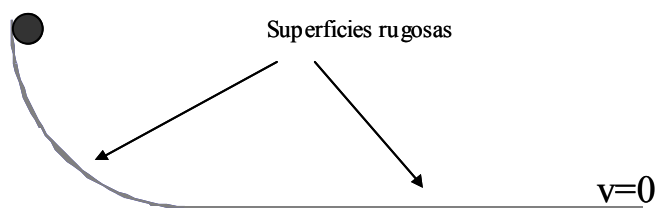
En ausencia de rozamiento, la energía mecánica se conserva. En caso exista una fuerza de fricción se verifica el denominado teorema del trabajo y la energía:

$$E_{kf} - E_{ki} = W_{i \rightarrow f}$$

donde encontramos que el trabajo realizado por las fuerzas externas, para llevar al sistema del estado inicial al final, es igual a la diferencia de las cinéticas final e inicial.

El rozamiento es un fenómeno que no puede desdeñarse, ya que siempre lo encontraremos en cualquier sistema que se caracterice por el contacto entre sus partes componentes.

Ya que la pérdida de energía por rozamiento no tiene una expresión mecánica, ¿cómo escribirías la ley de conservación de la energía mecánica en el caso de tener que considerar la pérdida de energía por rozamiento?

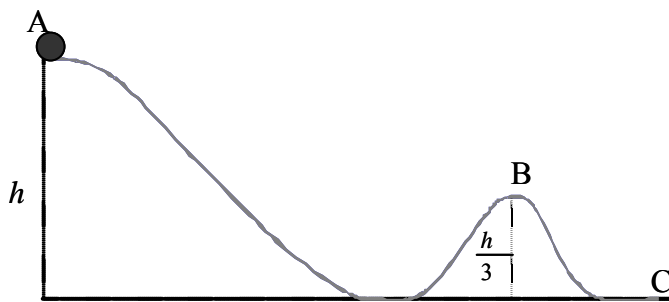


5.11. PROBLEMAS

PROBLEMAS RESUELTOS

1. Una bola de 2 kg se desliza por una superficie sin fricción (*ABC*) como se muestra en la figura. En A, la energía cinética de la bola es de 10J y la potencial, 54J. Calcula:

- a) la altura de la bola en el punto A, y
- b) la velocidad de la bola en el punto B.



Calcula ahora la velocidad en el punto C.

Solución

En A: $E_k = 10J$

$$E_p = 54J$$

Energía total $E_t = 64J$

La altura en A es:

$$E_p = mgh$$

$$54J = 2(10)h \text{ kg m/s}^2$$

$$2,7m = h$$

En B la energía potencial es:

$$E_{p_b} = E_{p_a}/3$$

$$E_{p_b} = 18J$$

Como la energía total es 64J

$$E_{k_b} = 46J$$

$$\text{Por lo que: } \frac{1}{2}mv_b^2 = 46J$$

$$v_b = 6,78m/s$$

En C :

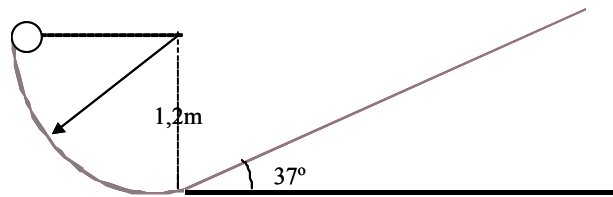
$$E_{pi} = 0$$

$$E_k = 0$$

$$v_c = 8m/s$$

2. La pista representada en la figura consta de un cuarto de circunferencia lisa y de un tramo recto rugoso, unidos como se indica en la figura.

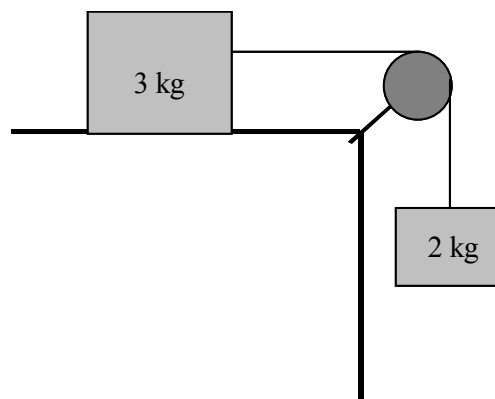
El radio de la circunferencia es de 1,20 m y la inclinación del plano es de 37° . Un bloque de 10 kg, que parte del reposo, se abandona en el punto más alto de la pista circular. Esta última carece de rozamiento, mientras que el coeficiente de rozamiento entre el bloque y el plano inclinado es de 0,3. ¿Qué parte de la energía cinética del bloque se disipa por rozamiento cuando está en el punto más alto de la trayectoria en el plano?



Solución

Como hay fricción en el plano inclinado entonces perderá energía. Si el plano es suficientemente largo, la máxima altura se alcanzará cuando adquiera el bloque el reposo. Entonces en esa situación habrá perdido toda su energía cinética.

3. Halla la velocidad de la masa de 3 kg cuando la masa de 2 kg haya bajado 3 m (las masas parten desde el reposo y considere $g = 10 \text{ m/s}^2$).



Solución

Por conservación de la energía, tomando como referencia el nivel $H = 3$ m debajo del bloque de 2 kg: $2 \times 10 \times 3 = \frac{1}{2} \times 2 \times v^2 + \frac{1}{2} \times 3 \times V^2$, ya que ambos bloques tendrán energía potencial cero al bajar 3m el bloque de 2 kg. La aceleración de ambos bloque es la misma y es $a = 4 \text{ m/s}^2$ (calcúlalo usando la 2da ley de Newton). Con esta aceleración podemos hallar la velocidad v , usando: $v^2 = 2 \times a \times 3 = 24$. Entonces $V^2 = (60 - 24) \times 2/3 = 24 \Rightarrow V = \sqrt{24} \text{ m/s}$.

4. Un gimnasta eleva lentamente 100 kg a 15 m de altura en 20 s. Siendo la aceleración de la gravedad local igual a 10 m/s^2 . Determine:
- El trabajo realizado por el gimnasta sobre el peso
 - La potencia desarrollada por el gimnasta
 - El rendimiento del gimnasta, si este produce una potencia de 1.5 kW

Solución

- a) El trabajo realizado es:

$$W = F_y \cdot d_y \quad W = mgh = 100 \cdot 10 \cdot 15 = 15000\text{J} \quad W = 15\text{kJ}$$

- b) La potencia desarrollada es:

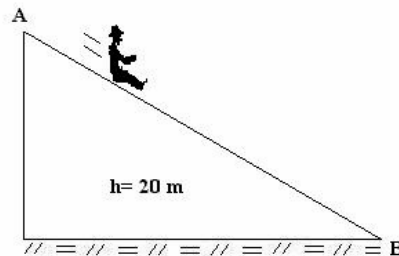
$$P = \frac{W}{t} = \frac{15}{20} = 0.75\text{kW} \quad P = 0.75\text{kW}$$

- c) El rendimiento es dado por:

$$\eta = \frac{P_{\text{util}}}{P_{\text{total}}} = \frac{0.75}{1.5} = 0.5 \quad \text{o} \quad \eta = 50\%$$

5. Un niño resbala en un plano inclinado partiendo del reposo, en el punto A y alcanzando el punto B a una velocidad de 10 m/s . La aceleración de la gravedad local es de 10 m/s^2 , la masa del niño es de 30 kg y el punto A se localiza a 20 m del suelo. Determine:

- a) La energía mecánica disipada.
- b) La velocidad del niño al alcanzar el punto B, suponiendo que no hay disipación de energía.



Solución

La energía mecánica disipada es la diferencia entre las energías mecánicas en el Punto (B) y el punto (A) es decir $E_d = E_{MA} - E_{MB}$

Calculemos las energías mecánicas en los puntos (A) y (B) entonces:

$$E_{MA} = E_p = mgh = 30 \cdot 10 \cdot 20 \text{ J} \quad E_{MA} = 6 \text{ kJ}$$

$$E_{MB} = E_c = \frac{mv_B^2}{2} = \frac{30 \cdot 10^2}{2} \text{ J} \quad E_{MB} = 1,5 \text{ kJ}$$

Entonces la energía disipada es:

$$E_d = 6 - 1,5 = 4,5 \text{ kJ} \quad E_d = 4,5 \text{ kJ}$$

PROBLEMAS PROPUESTOS

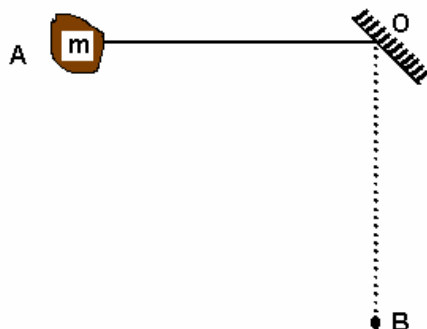
1. Un automóvil de masa $m = 800 \text{ kg}$ recorre un segmento de calle recta y horizontal, de extensión $AB = 1\,000 \text{ m}$. Al seguir sube una rampa de inclinación constante, de extensión $BC = 500 \text{ m}$, estando el punto C a 20 m encima del plano horizontal que contiene AB. La velocidad del automóvil es constante e igual a 72 km/h . Determine:
 - a) El trabajo realizado por el peso en los segmentos AB y BC
 - b) La potencia desarrollada por el motor del automóvil en el segmento correspondiente a la rampa, sabiéndose que las pérdidas por rozamiento equivalen a una fuerza igual al 10% del peso del automóvil. Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$.

2. El péndulo de masa $m = 0.50 \text{ kg}$ y de longitud $L = 5.0 \text{ m}$ es abandonado en el punto A, sin velocidad inicial, y pasa por el punto B, con velocidad igual a 8.0 m/s .

Calcule el trabajo realizado por las fricciones entre los puntos A y B.

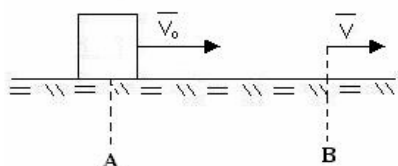
OA = horizontal

OB = vertical



3. Un cuerpo de masa 4.0 kg apoyado sobre un plano horizontal es soltado con una velocidad de 10 m/s . Después de desplazarse 15 m , la velocidad del cuerpo es de 5.0 m/s . Determine:

- La energía cinética inicial y final del cuerpo.
- El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento entre las posiciones A y B.
- La intensidad de la fuerza de rozamiento
- La aceleración sufrida por el cuerpo



4. Un carrito de masa igual a 2.0 kg se mueve a lo largo de un carril cuyo perfil se representa en la gráfica adjunta, pasando por el punto P con velocidad escalar v . ¿Cuál debe ser el valor mínimo de v para que el carrito alcance el punto Q? (Considere todos los rozamientos despreciables y $g = 10 \text{ m/s}^2$).

